

(Pos. II) vom Zählrohr derart aufgestellt, daß es eine größere, in dem bereits bekannten Teil der Eichkurve liegende Stoßzahl liefert. Mit den verschiedenen Kombinationen in Pos. II konnte $I = I(n)$ bis $n = 1900$ St/sec aufgenommen werden. Entsprechend wurde dann in einer dritten Position bis $n = 11000$ St/sec verfahren. Wie man sieht, ist die Aufstellung der Eichkurve ziemlich zeitraubend. Kurve *a* der Abb. 2

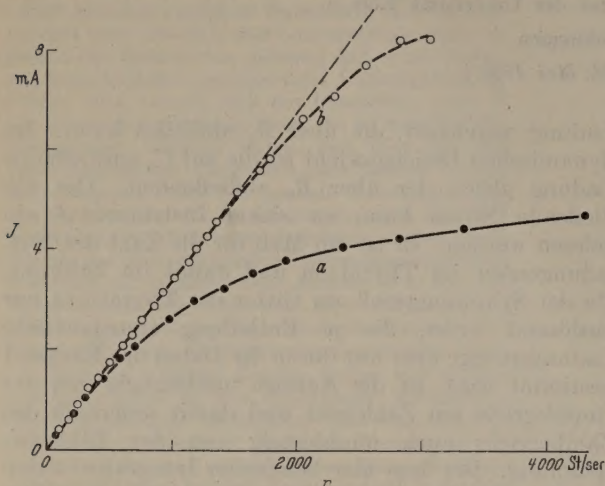


Abb. 2. Eichkurve des thyatronbetriebenen Integrators für *a* statistisch verteilte, *b* regelmäßige Impulse.

ist ein Teil der so gewonnenen Eichkurve für statistisch verteilte Stöße.

Außerdem ist in der Kurve *b* (Abb. 2) die Eichkurve für regelmäßige Impulse aufgetragen. Diese

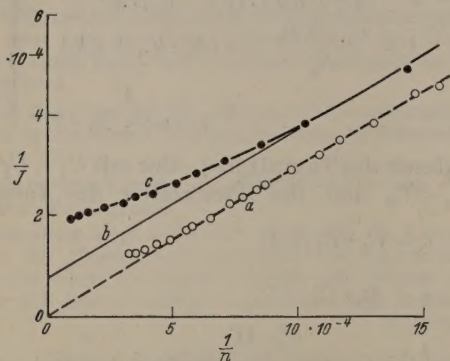


Abb. 3. Eichkurven des thyatronbetriebenen Integrators in der reziproken Auftragung. *a* Regelmäßige Impulse; *b* theoretische Kurve für statistische Impulse; *c* experimentelle Kurve für statistische Impulse.

wurden von einem geeichten Impulsgenerator üblicher Bauart geliefert. Für regelmäßige Impulse gilt nach Gl. (4)

$$I = \frac{C'_1 \cdot \Delta V}{1 + C'_1/C_2 + n \cdot R_2 \cdot C'_1} \cdot n \quad (5)$$

oder umgeformt

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{C'_1 \cdot \Delta V} + \frac{1}{C_2 \cdot \Delta V} \right) + \frac{R_2}{\Delta V} \quad (6)$$

Die reziproken Eichwerte für regelmäßige Impulse müssen also nach Gl. (6) auf einer Geraden mit der Steigung

$$K_1 = \frac{1}{C'_1 \cdot \Delta V} + \frac{1}{C_2 \cdot \Delta V} \quad (7)$$

und dem Schnittpunkt mit der Ordinatenachse bei

$$K_2 = \frac{R_2}{\Delta V} \quad (8)$$

liegen.

Wie aus Abb. 3, Kurve *a* ersichtlich, ist diese Bedingung für die Meßpunkte (außer für die vier höchsten n -Werte) erfüllt. Demnach besteht Gl. (5) in diesem Bereich zu Recht. Mit der Methode der kleinsten Quadrate wurden aus den Meßwerten die Konstanten K_1 und K_2 zu

$$K_1 = 2,959 \cdot 10^5, \quad K_2 = 3,57$$

bestimmt. Nach Gl. (8) ist damit

$$\Delta V = 145,6 \text{ V} \quad \text{und} \quad V_B = 64,4 \text{ V}.$$

Mit Gl. (3), (7) und (8) wird

$$\tau = \frac{R_1}{R_2 \cdot K_1/K_2 - 1/C_2} \quad (9)$$

mit den Zahlenwerten:

$$\tau = 2,32 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

und nach Gl. (2)

$$t = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ sec}.$$

Somit sind die beiden bisher nicht bekannten Größen t und V_B der Gl. (1) bestimmt. Demnach könnte die zeitraubende experimentelle Aufnahme der statistischen Eichkurve durch die zeitsparende Eichung mit regelmäßigen Impulsen ersetzt werden.

Die statistische Eichkurve Gl. (4) läßt sich mit Gl. (7) und (8) so umformen:

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{n} \cdot K_1 + K_2 + \tau \cdot K_1. \quad (10)$$

Sie liefert also in der reziproken Auftragung eine zur regelmäßigen Geraden Gl. (6) um $\tau \cdot K_1$ parallel verschobene Gerade. In Kurve *b* Abb. 3 ist die nach Gl. (10) mit den oben bestimmten Werten berechnete Gerade aufgetragen. Sie fällt bei den großen Abszissenwerten (kleines n) mit der experimentell bestimmten reziproken statistischen Eichkurve *c* zusammen. Dagegen entfernt sich diese für kleinere Abszissenwerte (größere n) immer mehr von der theoretischen Geraden *b*. Gl. (4) bzw. (1) gibt also die experimentell gefundenen I -Werte für größere n nicht mehr richtig wieder.

Nun gilt in Abb. 2 für gleiche Stromwerte nach Gl. (4) und (5)

$$n_r = \frac{n_s}{1 + n_s \cdot \tau} \quad (11)$$

wo n_r die regelmäßigen und n_s die statistischen Impulszahlen sind, oder

$$\tau = \frac{1}{n_r} - \frac{1}{n_s} \quad (12)$$

Das auf diese Weise für verschiedene Punkte der beiden Kurven Abb. 2 berechnete τ sollte nach dem bisherigen bei festem C_1 eine Konstante sein. Dem ist aber nicht so, wie die Werte der Tabelle 1 zeigen. Vielmehr nimmt τ von $2 \cdot 10^{-4}$ sec bei $n_s = 500$ /sec zu und scheint einem Sättigungswert von etwa $5 \cdot 10^{-4}$ sec bei $n_s = 5000$ /sec zuzustreben. Entsprechend würden sich also die t -Werte der Gl. (1) mit n um einen Wert ändern, der im vorliegenden Fall nach Gl. (2) um $1 \cdot 10^{-4}$ sec unter dem zugehörigen τ -Wert der Tabelle 1 liegt.

Damit scheitert die rechnerische Aufstellung der statistischen Eichkurve mit Hilfe

Tabelle 1.

n_s St/sec	τ 10^{-4} sec
500	2,0
1500	3,3
2400	4,1
3300	4,6
4300	4,9

der regelmäßigen Eichung an dem nicht konstanten t . Demnach läßt sich die umständliche experimentelle Aufstellung der Eichkurve nicht umgehen.

Die Abweichung der nach Gl. (1) theoretisch geforderten Werte von den experimentell bestimmten (s. Abb. 3, Kurve b und c) ist eine Folge des exponentiellen Anstiegs der Spannung an C_1 und der damit verbundenen Ansprechmöglichkeit des Kippkreises I vor Ende der Trennzeit τ , während aber durch die Annahme des Korrekturgliedes $1/(1+n\tau)$ in Gl. (4) der Kippkreis während der Zeit τ als völlig unempfindlich gegen weitere Stöße angenommen wird. Durch das Ansprechen des Kippkreises auf einen zweiten Stoß vor Erreichen der vollen Spannung V_A an C_1 wird damit der Stoß mit einer kleineren Ladung zum Gesamtstrom beitragen. Der angezeigte Strom I ist für die tatsächlich auffallende Stoßzahl n zu niedrig. Dieser Effekt wird sich mit wachsendem statistischen n vergrößern, da ein immer größerer Bruchteil innerhalb τ aufeinanderfolgt. Die Kurve c Abb. 3 entspricht dieser Überlegung.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß beim thyatronbetriebenen Integrator die einfache, schnelle rechnerische Aufstellung der Eichkurve für statistisch verteilte Impulse unmöglich gemacht wird durch den verschiedenen großen Beitrag zum Strom bei dicht aufeinanderfolgenden Impulsen als Folge des exponentiellen Anstiegs der Spannung an der Anode des Thyatron. Es bleibt nur die zeitraubende experimentelle Bestimmung. Weiterhin bedingen die Alterungserscheinungen des Thyatron durch den Betrieb und die damit verbundene Änderung des Ladungstransports je Stoß eine häufige Nacheichung.

Um die letztgenannte Unannehmlichkeit zu umgehen, ist es naheliegend, eine Elektronenröhre im Stromintegrator zu verwenden. Weiterhin sollte diese Röhre zur Vermeidung der erstgenannten Schwierigkeit statt der exponentiellen Änderung der Anodenspannung eine rechteckige Form des Impulses und damit eine wohl definierte Trennzeit τ aufweisen, derart, daß der Integrator innerhalb von τ überhaupt nicht und außerhalb von τ mit dem vollen Ladungstransport anspricht. Diese Bedingung erfüllt der GETTINGSche Multivibrator [4].

Seine Wirkungsweise werde an Hand des Prinzipschaltbildes Abb. 4 beschrieben. In der Ruhe führt Röhre I (Rö I) Strom, Rö II ist gesperrt. Der auf das Gitter von Rö I geleitete negative Zählrohrimpuls senkt deren Anodenstrom. Damit steigt die Gitterspannung von Rö II so, daß sie Strom zieht. Der damit verbundene negative Spannungstoß wird auf das Gitter von Rö I zurückgeführt und verringert weiter deren Anodenstrom. Dieser Kreislauf wiederholt sich, so daß das Gitter von Rö I in kurzer Zeit so stark negativ wird, daß Rö I gesperrt ist. Dafür führt nun Rö II vollen Strom. Die hohe negative Ladung auf dem Gitter von Rö I fließt über R_1 mit der Zeitkonstanten $R_1 \cdot C_1$ ab. Wenn die negative Gitterspannung genügend klein geworden ist, zieht Rö I wieder Strom. Damit sinkt der Strom in Rö II und durch die feste Rückkoppelung ist in kurzer Zeit der Ruhezustand wiederhergestellt. Der Multivibrator liefert damit praktisch einen Rechteckimpuls mit fester Impulsdauer τ . Dieser kann dann noch zur Fremdlöschung des Zählrohres benutzt werden.

Von GINGRICH, EVANS und EDGERTON [5] ist bereits ein nach diesem Prinzip arbeitender Integrator angegeben. Dort sind Multivibrator- und Integratorstufe getrennt. Der multivibratorbetriebene Integrator läßt sich aber durch Vereinigen beider Funktionen in einem Multivibrator erheblich vereinfachen, und zwar durch Einschalten eines RC -Gliedes genügend großer Zeitkonstante (~ 3 sec) im Vergleich zu τ ($\sim 2 \cdot 10^{-4}$ sec) in den Anodenkreis von Rö II, etwa bei A . Für die folgende Untersuchung wurde der von MAIER-LEIBNITZ [6] angegebene Multivibrator unter Verwendung von AF 7-Röhren mit verschiedenen Kopplungskapazitäten zwischen Anode II und Steuer-gitter I benutzt. Er hat gegenüber dem GETTINGSchen den Vorzug, daß nach dem Löschimpuls auf die Zählrohrkathode alle Multivibratorspannungen in kürzester

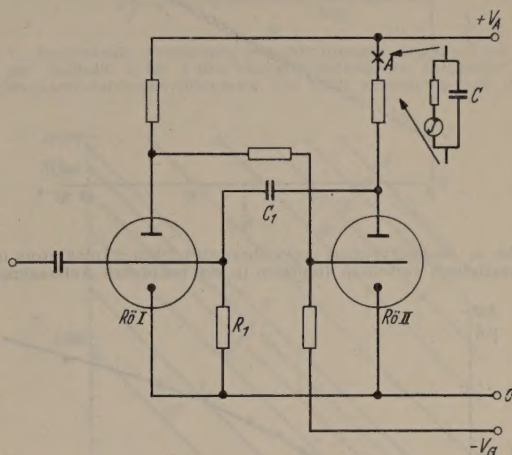


Abb. 4. Prinzipschaltbild des multivibratorbetriebenen Integrators.

Zeit ihren Anfangswert erreichen. Das RC -Glied bestand aus dem Meßinstrument mit einem $1 \text{ k}\Omega$ -Widerstand in Reihe und einer zu beiden parallel geschalteten Kapazität von $1500 \mu\text{F}$.

Beim Rechteckimpuls werde der volle Anodenstrom von Rö II mit i und die Impulsdauer mit τ bezeichnet. Dann ist die je Zählrohrstoß transportierte Ladungsmenge $i \cdot \tau$. Im dynamischen Gleichgewicht ist die durch den Stoß auf C auffließende Ladung gleich der durch das Meßinstrument abfließenden. Bei n' regelmäßigen Impulsen eines Impuls-generators ($n' < 1/\tau$) ist der vom Meßinstrument angezeigte Strom

$$I = n' \cdot i \cdot \tau \quad (13)$$

zu erwarten. Die mit einem solchen Integrator gewonnenen Meßpunkte liegen tatsächlich auf einer Geraden gemäß Gl. (13).

Für $n' \gg 1/\tau$ sinkt der Strom auf die Hälfte ab, da dann jeder zweite Impuls innerhalb der Trennzeit folgt, während der Multivibrator noch vom ersten Impuls unempfindlich ist. Damit liefert hier nur die Hälfte der einfallenden Impulse ihren Beitrag zum Strom. Bei den höchsten Impulzzahlen kurz vor dem Abbrechen auf den halben Stromwert biegen die Meßpunkte etwas von der Geraden ab. Hier wirkt sich das exponentielle „Schwänzchen“ am Rechteckimpuls aus, das auch auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre zu erkennen ist.

Wenn, wie beim Multivibrator mit Rechteckimpuls eine Meßanordnung für die Zeit τ nach jedem

registrierten Stoß unempfindlich bleibt, dann ist bei n wahren statistisch verteilten Stößen die Zahl der registrierten

$$n' = \frac{n}{1 + n\tau} \quad (14)$$

Die Gleichung der Eichkurve für statistisch verteilte Impulse beim multivibratorbetriebenen Integrator geht demnach aus Gl. (13) durch Einsetzen von Gl. (14) hervor:

$$I = \frac{n \cdot i \cdot \tau}{1 + n\tau} \quad (15)$$

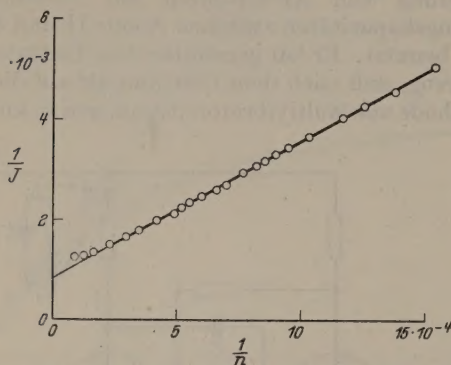


Abb. 5. Eichkurve eines multivibratorbetriebenen Integrators mit statistisch verteilten Impulsen in der reziproken Auftragung.

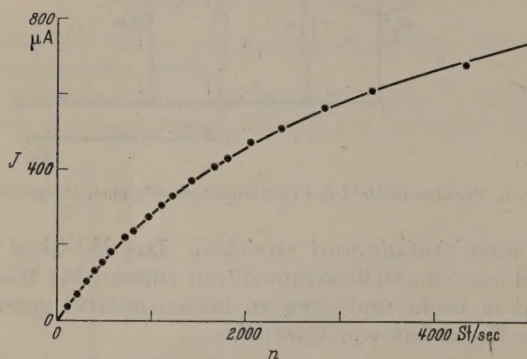


Abb. 6. Eichpunkte eines multivibratorbetriebenen Integrators mit statistisch verteilten Impulsen. Ausgezogene Kurve nach Gl. (15) mit den aus der Impulsform berechneten i - und τ -Werten gezeichnet.

In der reziproken Schreibweise ist das eine Gerade

$$\frac{1}{I} = K_1 + K_2 \cdot \frac{1}{n}, \quad (16)$$

wo

$$K_1 = 1/i \quad (17)$$

und

$$K_2 = K_1/\tau \quad (18)$$

ist.

In Abb. 5 sind die Meßpunkte für statistisch verteilte Impulse in der reziproken Darstellung aufgetragen. Wie ersichtlich liegen die Meßpunkte (außer den drei für höchste n) befriedigend auf einer „reziproken Geraden“ nach Gl. (16). Damit darf in diesem Bereich die Gültigkeit von Gl. (15) angenommen werden. Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden aus den Meßpunkten die Konstanten K_1 und K_2 bestimmt:

$$K_1 = 8,142 \cdot 10^{-4}$$

$$K_2 = 2,707$$

und nach Gl. (17) und (18):

$$i = 1,23 \text{ mA}$$

$$\tau = 3,01 \cdot 10^{-4} \text{ sec.}$$

Die einfache und übersichtliche Gl. (15) der Eichkurve des Integrators enthält nur die beiden Unbekannten i und τ . Zur rechnerischen Aufstellung der Eichkurve lassen sie sich aber leicht und schnell durch Ausmessen des Rechteckimpulses auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre ermitteln. Dazu wurde ein stehendes Bild durch regelmäßige Impulse des geeichten Impuls-generators erzeugt, aus dem die Impulsdauer zu

$$\tau = 2,96 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

bestimmt wurde (gegenüber $3,01 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$ aus der reziproken Geraden Abb. 5). Aus der Impulshöhe läßt sich mit der Ablenkempfindlichkeit und dem Widerstand, an dem der Impuls abgegriffen wird, der Strom i berechnen. Er wurde in unserem Fall zu

$$i = 1,23 \text{ mA}$$

gefunden, ist also gleich dem aus der reziproken Geraden gewonnenen. Mit diesen beiden Werten ist die Eichkurve nach Gl. (15) berechnet und in Abb. 6 eingetragen worden. Außerdem sind dort die experimentell bestimmten Meßpunkte eingezeichnet. Die Übereinstimmung zwischen beiden ist bis $n = 4000 \text{ St/sec}$ ausgezeichnet. Für größere n ist eine geringe Abweichung der experimentellen Werte von der theoretischen Kurve vorhanden. Das ist die Auswirkung des oben bereits erwähnten exponentiellen „Schwänzchens“.

Vergleicht man die bisher gefundenen Ergebnisse der beiden Integratortypen, so ist dem multivibratorbetriebenen dank seines Rechteckimpulses und der damit verbundenen leichten rechnerischen Aufstellung der Eichkurve der Vorzug zu geben gegenüber dem thyatronbetriebenen mit seinem exponentiell abklingenden Impuls und den daraus resultierenden Schwierigkeiten, die nur eine zeitraubende experimentelle Aufnahme der Eichkurve zulassen.

Bei Integratoren ist Proportionalität zwischen Stoßzahl n und Strom I oder zumindest möglichst geringe Abweichung von derselben erstrebenswert. Darum sei im folgenden an beiden Integratortypen die prozentuale Abweichung der statistischen Kurve von der Linearität Δ in Abhängigkeit von der wahren Stoßzahl n untersucht. Es gilt

$$\Delta = \frac{(I_G - I_S) \cdot 100}{I_G} \% \quad (19)$$

wo I_G den Strom bei linearer und I_S den bei statistischer Anzeige bedeutet.

Beim thyatronbetriebenen Integrator wird nach Gl. (5)

$$I_G = n \cdot C'_1 \Delta V \quad (20)$$

und mit den dort bestimmten Werten für C'_1 und ΔV

$$I_G = n \cdot 3,38 \cdot 10^{-3} \text{ mA.}$$

I_S wurde der Kurve a Abb. 2 entnommen. Die so berechnete Abweichung ist in Abb. 7 Kurve a aufgetragen. Beim multivibratorbetriebenen Integrator entspricht I_G dem Wert aus Gl. (13). Damit ist nach Gl. (13) und (15)

$$\Delta = \frac{n \cdot \tau \cdot 100}{1 + n\tau} \% \quad (21)$$

Abb. 7 Kurve b gibt die mit Gl. (21) und $\tau = 2,32 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$ berechnete Abweichung Δ . Danach hat bei

gleicher Trennzeit der multivibratorbetriebene Integrator gegenüber dem thyatronbetriebenen den weiteren Vorzug der geringeren prozentualen Abweichung von der linearen Anzeige.

Die gemäß Gl. (21) mit wachsender Stoßzahl zunehmende Abweichung von der linearen Anzeige ist eine prinzipielle Folge der endlichen Impulsbreite des Multivibrators. Für den praktischen Gebrauch läßt sich die Forderung nach Linearität allerdings angenähert erfüllen für einen Anzeigebereich, welcher durch die verwendete Trennzeit τ und die maximal zugelassene Abweichung Δ bestimmt wird. Für diesen Fall ist nach Gl. (21) in Abb. 8 $n = f(\tau)$ mit Δ (in %) als Parameter aufgetragen. Danach entnimmt man der Kurvenschar, daß z. B. der Meßbereich eines Integrators mit $\tau = 10^{-4}$ sec bei einem maximal zugelassenen $\Delta = 5\%$ bis $n = 530$ St/sec ausgenutzt werden kann. Oder ein Integrator soll bei $n = 2000$ St/sec ein maximales $\Delta = 5\%$ haben. Er ist dann nach Abb. 8 mit einer Trennzeit $\tau = 2,6 \cdot 10^{-5}$ sec zu bauen.

Unter dem Gesichtspunkt der linearen Anzeige ist demnach eine möglichst kleine Impulsbreite anzustreben. Dem steht aber die Erholungszeit des Zählrohrs entgegen. Wird nämlich τ kleiner als die Erholungszeit, dann werden Stöße gezählt, die nicht von dem zu registrierenden Effekt stammen, sondern von der Wirkung der positiven Raumladung echter Stöße oder vorausgegangener anderer Nachentladungen auf die Zählrohrkathode. Diese Nachentladungen machen sich nach PUTMAN [7] um so stärker bemerkbar, je größer die Kathodenoberfläche und je höher die Arbeitsspannung des Zählrohrs ist. Das heißt bei kleinen Zählrohren können kleinere τ verwendet werden. Zum Schluß könnte man noch daran denken, etwa für Dauerregistrierung mit einem mA-Schreiber die Linearität der Eichkurve für noch größere n durch äußere Schaltmittel zu erzwingen. Dafür kämen z. B. nichtohmsche Widerstände im RC-Glied in Frage [8].

Zusammenfassung.

Der thyatronbetriebene Integrator wird diskutiert. Dabei wird gezeigt, daß die zeitsparende rechnerische Aufstellung seiner Eichkurve an der exponentiellen Impulsform scheitert. Damit bleibt nur die zeitraubende experimentelle Eichung übrig.

Anschließend wird ein multivibratorbetriebener Integrator beschrieben. Auf Grund seiner rechteckigen Impulsform besitzt er eine einfache Eichgleichung mit zwei Unbekannten, die beide in kürzester Zeit durch Ausmessen des Impulses auf dem

Schirm einer BRAUNschen Röhre zu bestimmen sind. Damit ist bei ihm die zeitsparende rechnerische Aufstellung der Eichkurve möglich. Sein weiterer Vorzug besteht in der geringeren prozentualen Abweichung von der linearen Anzeige.

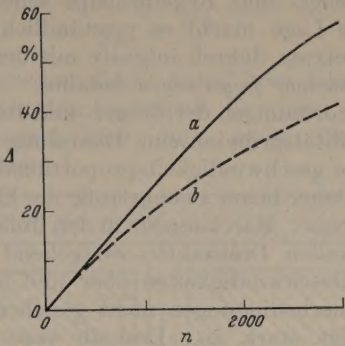


Abb. 7. Prozentuale Abweichung von der linearen Anzeige Δ als Funktion der Stoßzahl n für a den thyatronbetriebenen Integrator, b den multivibratorbetriebenen Integrator. Für beide Kurven $\tau = 2,32 \cdot 10^{-4}$ sec.

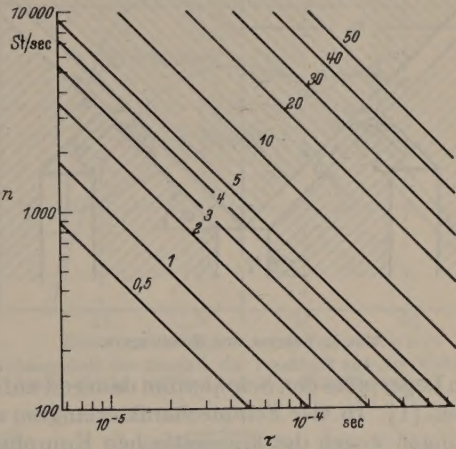


Abb. 8. Wahre Stoßzahl n als Funktion der Trennzeit τ des multivibratorbetriebenen Integrators. Parameter ist die prozentuale Abweichung von der linearen Anzeige Δ . Beide Achsen logarithmisch geteilt.

Literatur. [1] TROST, A.: Die Entwicklung des Zählrohrs zum werkstattgerechten Prüfgerät. Berlin: VDI-Verlag 1940. — [2] NEUERT, H.: Reichsber. f. Phys. 1, 131 (1944). — [3] JAEGER u. KLUGE: Z. Instrumentenkde. 52, 229 (1932). — [4] GETTING: Phys. Rev. 53, 103 (1938). — [5] GINGRICH, EVANS, u. EDGERTON: Rev. Sci. Instruments 7, 450 (1936). — [6] MALER-LEIBNITZ: Rev. Sci. Instruments 19, 500 (1948). — [7] PUTMAN: Proc. phys. Soc., Lond. 61, 312 (1948). — [8] BÖHM: ATM Z 119—2.

Dozent Dr. K. H. LAUTERJUNG, Physikalisches Institut der Universität Köln, Claudiusstr. 1.

Berechnungen und Modellversuche an Wasser- und Luftlagern.

Von F. GOTTWALD und R. VIEWEG.

(Aus dem Institut für technische Physik der Technischen Hochschule Darmstadt.)

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 9. Juni 1950.)

Einleitung.

Über die Bedeutung und Verbreitung von Lagern für umlaufende Teile in der Technik, die heute auf der einen Seite bis in den Bereich des Alltags reicht und auf die auf der anderen Seite auch im Laboratorium nicht verzichtet werden kann, braucht man hier keine Worte zu verlieren. Entsprechend dem

weiten Anwendungsbereich sind die Forderungen, die an ein Lager gestellt werden, sehr unterschiedlich. Sind es bei schweren Maschinen, z. B. den Walzwerken, hohe Belastbarkeit und geringer Verschleiß, die erstrebt werden, so liegt in der Feinmechanik meist das Hauptgewicht auf geringem Spiel und vor allem kleiner Reibung. Besonders mit der wachsenden

Wichtigkeit der Meßtechnik, vor allem der Steuer- und Regeltechnik, wurden die Forderungen der Feinmechanik dringlich. Vielen Verfahren der letztgenannten Gebiete sind durch die Reibung der Lagerstellen Grenzen gesetzt. Die praktische Ausführung manchen Steuer- und Regelprinzips scheitert sogar daran. Diese Lage macht es verständlich, daß man sich in den letzten Jahren intensiv mit der Entwicklung *reibungsarmer Lagerungen* befaßte.

Da bei Anordnungen der Steuer- und Regeltechnik oft aus Stabilitätsgründen eine Dämpfung notwendig ist, stört eine geschwindigkeitsproportionale Reibung nur selten. Daher bietet zwangsläufig die Flüssigkeitsreibung Interesse. Man kann sie in den üblichen Gleitlagern bei großen Drehzahlen weitgehend erreichen, bei kleinen Geschwindigkeiten aber sind hydrodynamische Schmierbedingungen nicht gesichert, und die Reibung steigt stark an. Deshalb versuchte man, z. B. durch eine zusätzlich aufgezwungene Bewegung

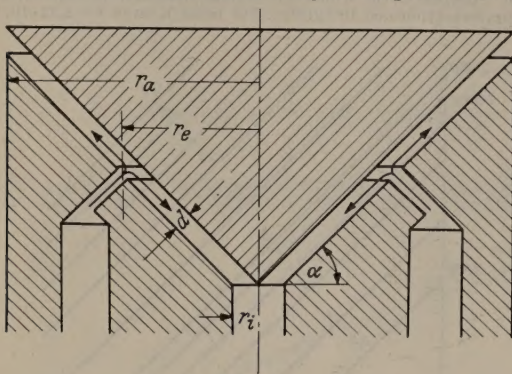


Abb. 1. Schema des Konuslagers.

des einen Lagerteiles den Schmierfilm dauernd aufrechtzuerhalten [1]. In der Feinmechanik erlangten solche Anordnungen wegen der kinematischen Komplikation keine Bedeutung.

Der an sich bekannte Weg der Druckschmierung wurde schon in älteren Patentschriften auch für präzisionsmechanische Zwecke, z. B. speziell für die Kardanlagerung von Kurskreisel vorgeschlagen und früher von der Fa. Kreiselgeräte G.m.b.H., Berlin, in die Praxis umgesetzt. Er besteht darin, das Schmiermittel unter Druck in den Lagerspalt zu pressen und auf diese Weise sogar im Stillstand einen Schmierfilm aufrechtzuerhalten. Als Schmiermittel war auch Wasser mit seiner niedrigen Zähigkeit von $\eta_{20^\circ} = 1,0$ Zentipoise¹ verwendbar. Man bezeichnet ein solches Lager als *Wasserlager*. Die Versuche verliefen erfolgreich; es wurden z. B. Axiallager mit einer Belastbarkeit von über 30 kg gebaut. Die Gestaltung der Lager erfolgte zunächst mehr gefühlsmäßig als wissenschaftlich begründet. Um Konstruktionsunterlagen und größere Klarheit über das Verhalten der Lager zu gewinnen, wurden die Strömungsvorgänge im Lagerspalt berechnet. Über diese Berechnungen, ihre Ergebnisse und über weitergehende Versuche mit Luftlagern soll hier berichtet werden.

Berechnungen.

Der Betrachtung liegt ein vereinfachtes Lager zugrunde, wie es Abb. 1 zeigt. Dabei wird angenom-

¹ Um nicht alle Kräfte Maße in dyn ausdrücken zu müssen, wurde im weiteren Verlauf der Arbeit als Zähigkeitsmaß gsec/cm² genommen. 1 gsec/cm² $\hat{=}$ 981 poise.

men, daß das Schmiermittel durch einen ringförmigen Schlitz in den Lagerspalt d eintritt. — Praktisch nimmt man einzelne Bohrungen. — Bei der Strömung durch den Lagerspalt bildet sich durch die Reibung an den Wänden über dem Eintrittsschlitz ein Druckberg aus, der für die Tragfähigkeit des Lagers maßgebend ist. Der Druck fällt nach dem inneren und äußeren Rand der Lagerschale hin bis auf den Außendruck der Atmosphäre ab.

Für die Berechnung seien folgende Größen eingeführt:

- r [cm] Radius des betrachteten Kreises,
- d [cm] Größe des Lagerspalt,
- V [cm³/sec] durchströmendes Schmiermittelvolumen,
- v [cm/sec] Geschwindigkeit des Schmiermittels,
- P [g] Kraft,
- p_a [g/cm²] Flüssigkeitsüberdruck,
- L [g] Tragkraft des Lagers,
- η [gsec/cm²] Zähigkeit des Schmiermittels.

Zuerst sollen flüssige Schmiermittel angenommen werden. Aus der Kontinuitätsgleichung erhält man für die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigkeit:

$$v_m = \frac{V}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot d}.$$

Die Größe der REYNOLDSSchen Zahl und Versuche zeigen, daß die Strömung laminar ist und man mit parabolischem Verlauf der Geschwindigkeit über den Querschnitt rechnen kann. Die maximale Geschwindigkeit ist also:

$$v_{\max} = \frac{3}{2} v_m$$

und der Geschwindigkeitsgradient an der Wand normal zu ihr:

$$\frac{dv}{dn} = \frac{4v_{\max}}{d} = \frac{6v_m}{d} = \frac{3V}{\pi \cdot r \cdot d^2}.$$

Die an dem Flächenelement $2\pi r \cdot dr/\cos \alpha$ angreifende Reibungskraft ist dann:

$$dP = \frac{6 \cdot \eta \cdot V}{d^2 \cdot \cos \alpha} dr.$$

Dividiert man noch durch die Querschnittsfläche $2 \cdot \pi \cdot r \cdot d$, so erhält man für den Flüssigkeitsdruck:

$$dp = \frac{6 \cdot V \cdot \eta}{\pi \cdot d^3 \cos \alpha} \frac{dr}{r} \quad (1)$$

und durch Integrieren:

$$p = \frac{6 \cdot V \cdot \eta}{\pi \cdot d^3 \cos \alpha} \ln r.$$

Betrachtet man nun die Strömung nach innen (Index 1) und nach außen (Index 2) getrennt und setzt die Randbedingungen ein, so erhält man:

$$p_1 = \frac{6 \cdot V_1 \cdot \eta}{\pi \cdot d^3 \cdot \cos \alpha} (\ln r - \ln r_i),$$

$$p_2 = \frac{6 \cdot V_2 \cdot \eta}{\pi \cdot d^3 \cdot \cos \alpha} (\ln r_a - \ln r).$$

Die gesamte Flüssigkeitsmenge V teilt sich so auf, daß über dem Eintritt-Ringspalt mit dem Radius r_e $p_1 = p_2$ wird. Hieraus ergibt sich:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\ln r_a - \ln r_e}{\ln r_e - \ln r_i} \quad \text{oder} \quad \frac{V_1}{V} = \frac{\ln r_a - \ln r_e}{\ln r_a - \ln r_i} \quad (2)$$

Die Tragkraft des Lagers erhält man durch Multiplikation der axialen Komponente des Druckes mit

dem tragenden Flächenelement und anschließender Integration.

$$L_1 = \frac{12 V_1 \cdot \eta}{d^3 \cdot \cos \alpha} \left[\frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{2} \ln r_i \right]_{r_i}^{r_e} \quad (3a)$$

$$L_2 = \frac{12 V_2 \cdot \eta}{d^3 \cdot \cos \alpha} \left[\frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} - \frac{r^2}{2} \ln r_a \right]_{r_a}^{r_e} \quad (3b)$$

Die Gesamtkraft ist:

$$L = L_1 + L_2.$$

Zur Vereinfachung sei

$$k = \frac{V \cdot \eta}{d^3}$$

eingeführt.

Für ein Lager mit dem inneren Radius von $r_i = 0,25$ cm und einem äußeren Radius $r_a = 2,5$ cm ist in Abb. 3 die Größe L/k über dem Radius des Eintrittsspalt r_e aufgetragen. Man sieht, daß bei konstanter Wassermenge und konstanter Lagerspaltheite die Tragkraft bei $r_e = 1,15$ cm ein Maximum erreicht. Weiterhin ist der Verlauf des Druckes (p/k) wiedergegeben. Auch diese Kurve zeigt ein Maximum. Bei ihm wird $V_1 = V_2$.

Oft ist nun durch die Pumpe ein bestimmter Druck gegeben, und man möchte die Tragkraft kennen. Um hier einen Überblick zu bekommen, ist noch der Verlauf des Quotienten L/p angegeben. Dieser Wert wird um so größer, je weiter die Eintrittsöffnung nach außen rückt. Das heißt, bei vorgegebenem Druck erreicht man eine um so größere Tragkraft, je größer der Radius ist, auf dem sich die Eintrittsöffnung befindet. Dabei wächst aber der Flüssigkeitsdurchsatz und damit die Geschwindigkeit stark an. In Verbindung mit Unregelmäßigkeiten in den Lagerflächen können dadurch Antriebsmomente auftreten, die die Vorteile der Lager stark beeinträchtigen. Für die Konstruktion wird also das erstgenannte Maximum das wichtigste Ergebnis sein.

Einfluß der Größe der Einstromöffnung.

Bei der praktischen Ausführung der Lager erfolgt die Flüssigkeitszufuhr nicht durch einen Schlitz, sondern durch mehrere auf einem Kreis angeordnete Bohrungen. Um den Einfluß des Bohrungsdurchmessers zu ermitteln, wurde eine einzelne Bohrung mit dem Radius r_b nach dem Modell Abb. 2 untersucht.

Für den Verlauf des Druckes erhält man nach Gl. (1):

$$p = \frac{6}{\pi} k (\ln R - \ln r).$$

Durch Integration ergibt sich, wenn man beachtet, daß sich über der Bohrung ein konstanter Druck einstellt, als Tragkraft:

$$L = 3k (R^2 - r_b^2). \quad (4)$$

Für das Verhältnis von Tragkraft zu erforderlichem Druck erhält man:

$$\frac{L}{p} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{R^2 - r_b^2}{\ln R - \ln r_b} \right). \quad (5)$$

Die Werte sind in Abb. 4 für $R = 1,5$ cm über dem Bohrungshalbmesser aufgetragen. Das Verhältnis L/p wird um so günstiger, je größer die Bohrung ist.

Einfluß der kinetischen Energie.

Bei den bisherigen Rechnungen blieb die kinetische Energie unberücksichtigt. In der Dimension des Druckes ausgedrückt, ergibt sich ihr Beitrag, wenn ϱ die Dichte des Schmiermittels bezeichnet, zu:

$$p_{\text{kin}} = \frac{v^2 \varrho}{2}.$$

Bedeutung gewinnt dieser Anteil beim Übergang von der Bohrung in den Lagerspalt, da wegen des kleinen Strömungsquerschnittes dort große Geschwindigkeiten auftreten.

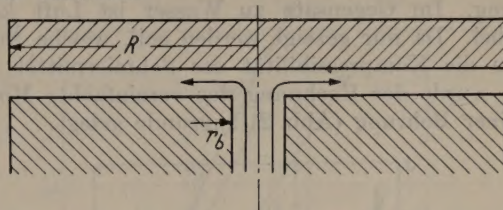


Abb. 2. Lagermodell zur Berechnung des Einflusses der Bohrungsgröße.

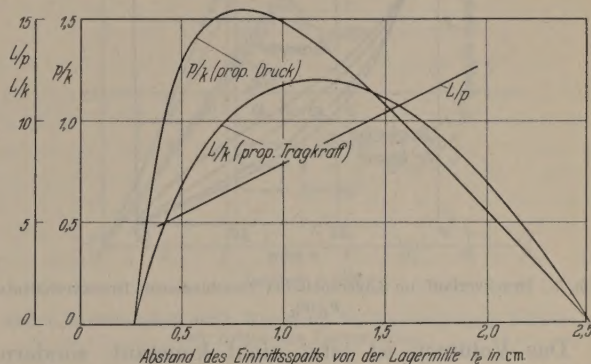


Abb. 3. Abhängigkeit des Druckes, der Tragkraft und des Verhältnisses L/p von der Lage des Eintrittsspalt.

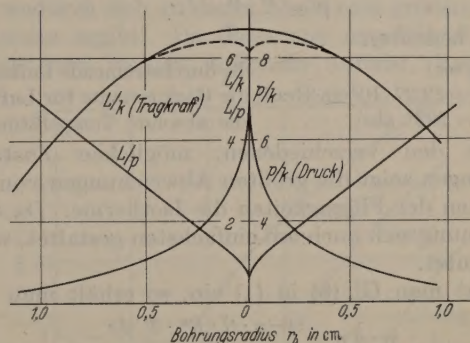


Abb. 4. Abhängigkeit des Druckes, der Tragkraft und des Verhältnisses L/p vom Bohrungsradius¹.

Den statischen Flüssigkeitsdruck p_{stat} erhält man aus der Differenz zwischen dem zur Überwindung der Reibung erforderlichen Gesamtdruck und dem kinetischen Druck. Nach Berechnung des mittleren Geschwindigkeitsquadrates und kleineren Umformungen erhält man:

$$p_{\text{stat}} = \frac{6}{\pi} k \left(\ln R - \ln r - \frac{V \cdot \varrho \cdot d}{40 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \eta} \right)$$

und nach Integration die Gesamtkraft:

$$L_{\text{stat}} = 3k \left(R^2 - r_b^2 - \frac{V \cdot \varrho \cdot d}{20 \cdot \pi \cdot \eta} \left(2 \ln \frac{R}{r_b} + 1 \right) \right).$$

In Abb. 4 deuten die gestrichelten Kurven den Einfluß der kinetischen Energie auf die Tragkraft

¹ Abb. 4. Die Skala rechts für p/k (Druck) muß heißen: 4, 8, 12.

an. Für das Produkt $V \cdot d$ wurde der Wert $0,010 \text{ cm}^4/\text{sec}$ angenommen. Bei einer Spaltweite von $0,004 \text{ cm}$ entspricht dies einem Durchsatz von $2,5 \text{ cm}^3/\text{sec}$ für die eine Bohrung. Meist ist der Durchsatz wesentlich kleiner, so daß die kinetische Energie bei vielen Betrachtungen außer acht gelassen werden kann.

Luft als Schmiermittel.

Entsprechend der geringen dynamischen Zähigkeit ($\eta_{20^\circ} = 1,83 \cdot 10^{-7} \text{ g} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$) bringt Luft als Schmiermittel eine wesentliche Herabsetzung der Reibung. Im Gegensatz zu Wasser ist Luft kompressibel. Da nur gezeigt werden soll, welche Änderungen die Kompressibilität des Schmiermittels bewirkt, wurde der Rechnung das vereinfachte Modell mit einer Bohrung (Abb. 2) zugrunde gelegt.

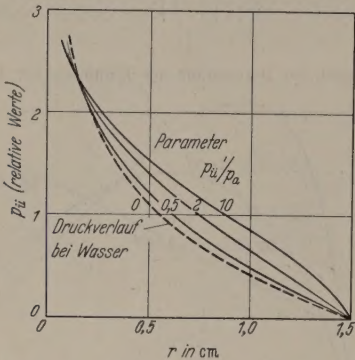


Abb. 5. Druckverlauf im Lagerspalt bei verschiedenem Druckverhältnis p_u'/p_a .

Das Volumen ist jetzt nicht konstant, sondern ändert sich mit Druck und Temperatur

$$V = \frac{G \cdot R^* \cdot T}{p} \quad (6)$$

Hierin bedeuten

G (g/sec) die durchströmende Luftmenge,
 R^* ($= 29,27 \cdot 10^2 \text{ cm}/\text{Grad}$) die Gaskonstante für Luft, und
 T ($= 293^\circ \text{ abs}$) die absolute Temperatur.

Von den verschiedenen, möglichen Zustandsänderungen zeigt die größten Abweichungen von dem Verhalten der Flüssigkeiten die Isotherme. Da deren Berechnung sich auch am einfachsten gestaltet, wurde sie benutzt.

Setzt man Gl. (6) in (1) ein, so erhält man

$$p \cdot dp = \frac{6 \cdot \eta \cdot G \cdot R^* \cdot T}{\pi d^3} \frac{dr}{r}$$

Da der Neigungswinkel der Lagerfläche in Abb. 2 Null ist, wird $\cos \alpha = 1$ und tritt in dieser Formel nicht mehr auf.

Setzt man zur Vereinfachung

$$\frac{\eta \cdot G \cdot R^* \cdot T}{d^3} = k_2$$

und integriert, so wird

$$\left(\frac{p^2}{2}\right) = \frac{6}{\pi} k_2 [\ln r] r$$

Im Gegensatz zur Berechnung beim Wasserlager, wo man nur mit dem Überdruck zu rechnen brauchte, muß hier der absolute Druck verwendet werden. Die Randbedingung ist:

bei $r=R$ ist $p=p_a$ = Druck des umgebenden Raumes, damit wird:

$$\frac{p^2}{2} - \frac{p_a^2}{2} = \frac{6}{\pi} \cdot k_2 (\ln R - \ln r)$$

und

$$p = \sqrt{\frac{12}{\pi} \cdot k_2 (\ln R - \ln r) + p_a^2}$$

Der Überdruck, der für die tragende Kraft maßgebend ist, berechnet sich aus:

$$p_u = p - p_a$$

In Abb. 5 ist der Verlauf des Druckes p_u im Lagerspalt für verschiedene Verhältnisse p_u'/p_a aufgetragen. Alle Zeichen mit einem hochgestellten Strich (z. B. p_u') beziehen sich auf den Zustand beim Eintritt der Luft in den Lagerspalt. p_u' ist also der größte im Lagerspalt auftretende Überdruck. Es sind nur relative Werte aufgetragen. Um einen leichten Vergleich zu ermöglichen, wurde der Maßstab so gewählt, daß die Kurven bei $r=0,15 \text{ cm}$ alle durch einen Punkt gehen. Man sieht, daß die Kurven um so mehr von der für Wasser gültigen logarithmischen Kurve abweichen, je größer p_u'/p_a wird.

Die Tragkraft L des Lagers erhält man als Integral

$$L = 2\pi \int r p_u \cdot dr$$

Da die zu integrierende Druckkurve sich nicht nur proportional dem aufgewendeten Druck erhöht, sondern auch die Form ändert (Abb. 5), steigt die Tragkraft stärker als proportional dem Druck an. — Die Integration wurde graphisch ausgeführt.

Dieser Befund stellt einen Vorteil gegenüber flüssigen Schmiermitteln dar, der sich mit steigendem Kompressionsverhältnis p_u'/p_a immer mehr bemerkbar macht. Es zeigt sich, daß z. B. bei $p_u'/p_a = 4$ das Luftlager 50% mehr trägt als das Wasserlager bei vergleichbaren Betriebsdaten. Die Berechnung der durchströmenden Volumina ergibt, daß die Werte für Luft und Wasser nur im Grenzfalle für $p_u'/p_a = 0$ sich entsprechend den Zähigkeiten verhalten. Sonst fällt auch hier der Vergleich zugunsten der Luft aus. Der Quotient p_u'/p_a nimmt besonders dann große Werte an, wenn das Lager bei vermindertem Außendruck p_a betrieben wird.

Der Einfluß der Größe der Einströmöffnung ist auch beim Luftlager vorhanden. Wie aus dem flacheren Verlauf der Kurve in Abb. 5 entnommen werden kann, ist er jedoch immer kleiner als beim Wasserlager. Fehlmomente durch Unsymmetrien der Lagerflächen wachsen proportional dem Durchsatz und umgekehrt proportional der Zähigkeit. Aus dem vorhergehenden Abschnitt geht hervor, daß das Verhältnis V/η für Luft kleiner ist als für Wasser.

Brachte bei den bisherigen Betrachtungen die Anwendung von Luft immer Vorteile, so kann sich dies bei dem Einfluß der kinetischen Energie umkehren. Diese wächst mit dem Quadrat der Geschwindigkeit und mit der Dichte des strömenden Mediums. In manchen Betriebszuständen, z. B. unter großen Drücken kann bei Luft der kinetische Druck größer sein als bei Wasser. Sein Einfluß auf die Tragfähigkeit ist aber so gering, daß er meistens, wenn die Eintrittsöffnung nicht zu klein ist, auch hier vernachlässigt werden kann.

Messungen.

Da bei den Rechnungen an den Lagermodellen stark vereinfachte Annahmen zugrunde gelegt waren, sollten einige Messungen Klarheit schaffen, wieweit

Die Ergebnisse der Rechnung die Wirklichkeit wiederzugeben. Es wurden zwei in der Werkstatt des Instituts hergestellte Konuslager — ähnlich der Abb. 1 — untersucht. Das Gehäuse war aus Plexiglas hergestellt, um im Betrieb Blasenbildung und sonstige Störungen im Lagerspalt beobachten zu können. Das Schmiermittel strömte durch acht auf einem Kreis mit dem Radius $r_e = 1,15$ cm angeordnete Bohrungen in den Lagerspalt. Der Bohrungsdurchmesser war bei dem einen Modell 1,0 und beim anderen 0,2 mm. Über die praktische Durchführung der Messungen und die Überwindung der dabei aufgetretenen Schwierigkeiten soll hier nicht berichtet werden.

Aus den Gl. (3a) und (3b) erkennt man, daß bei gegebenen geometrischen Abmessungen des Lagers die Belastbarkeit L nur von k bzw. von V/d^3 abhängt. Führt man Messungen mit konstanter Last aus, so muß zwischen d und $\sqrt[3]{V}$ eine lineare Beziehung bestehen. Für beide Lager bestätigte sich diese Beziehung, wie das Diagramm Abb. 6 zeigt. Hierbei hat die Größe der Bohrung, wie aus Gl. (4) hervorgeht, nur geringen Einfluß. Die Meßergebnisse für die beiden Lager erhärten dies. Die gestrichelten Geraden sind für das vereinfachte Modell nach Abb. 1 errechnet. Die Werte stimmen grob überein und bestätigen in ihrem Verlauf die Rechnung.

Abb. 7 gibt Ergebnisse wieder, die an dem Lager mit 0,2-mm-Bohrungen beim Betrieb mit Luft gewonnen wurden, und zeigt die Abhängigkeit des Durchsatzes vom Betriebsdruck für verschiedene Belastungen. Das Volumen ist auf den Druck p' , den beim Eintritt in den Lagerspalt herrschenden Druck, reduziert. Die Rechnung ergibt, daß bei konstanter Belastung auch ein konstanter Druck zu deren Überwindung erforderlich ist, der von dem Durchsatz und der Spaltweite unabhängig ist. Die Kurven scheinen dieser Rechnung zu widersprechen. Man muß jedoch berücksichtigen, daß die Rechnung den Druck an der Eintrittsstelle in den Spalt bestimmt, während beim Versuch der Druck in der Zuführungsleitung zum Lager gemessen und damit der Druckabfall in den Bohrungen mit erfaßt wird. Der für die Rechnung maßgebende Druck wird auf der Abszissenachse von den Kurven eingeschnitten. Diese Werte steigen praktisch proportional mit L . Die für Luft errechnete Abweichung vom linearen Gesetz ist für Werte von $p_u/p = 0,1$ noch bedeutungslos. Da der Druckabfall in den Kapillaren nur von V abhängt, müssen alle Kurven den gleichen Verlauf haben und nur in Richtung der Abszissenachse verschoben sein. Aus dem Abstand der Kurven entnehmen wir für eine Tragkraft von 250 g einen notwendigen Druck p'_u von 33 g/cm². Beim Betrieb mit Wasser wurde für das gleiche Lager 32 g/cm², für das Lager mit den größeren Bohrungen 25 g/cm² gefunden. Der Einfluß der Bohrungsgröße auf den Druck ist deutlich zu erkennen. Der Druck nimmt um 22% ab. Nach der Rechnung an dem Modell Abb. 2 müßte die Abnahme 32% betragen. Die beträchtliche Abweichung läßt sich durch die Beeinflussung der Strömung benachbarter Bohrungen erklären.

Entnimmt man der Abb. 3 für $r_e = 1,15$ cm den Wert für $L/p = 8,7$, so läßt sich hieraus einfach der für eine Belastung von $L = 250$ g erforderliche Druck berechnen:

$$p = 29 \text{ g/cm}^2.$$

Der Wert liegt zwischen den beiden experimentell gefundenen. Er müßte sich aber für ein Lager mit Ringspalt kleiner ergeben als für eines mit einzelnen Bohrungen. Die Ursache dieser Abweichung dürfte zum größten Teil in Ungenauigkeiten der Lagerflächen liegen. Beim Polieren kann leicht die Zone,

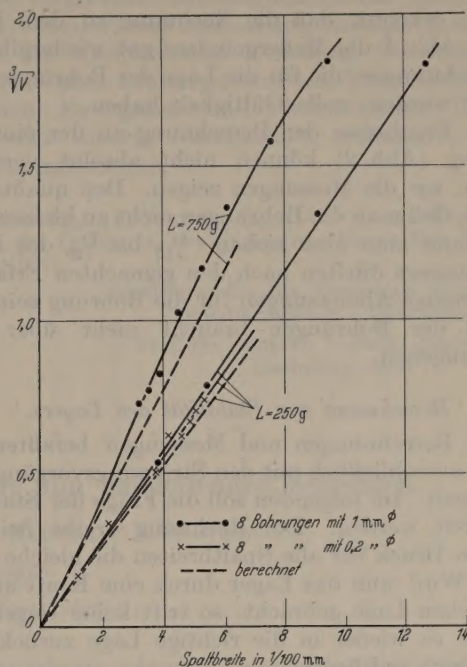


Abb. 6. Abhängigkeit der 3. Wurzel aus der Wassermenge je Sekunde von der Breite des Lagerspalt.

in der die Bohrungen liegen, stärker angegriffen werden, wodurch sich an dieser Stelle eine größere Lagerspaltweite ergibt. Da diese nur ungefähr 0,004 cm beträgt und in der 3. Potenz auftritt, kann eine

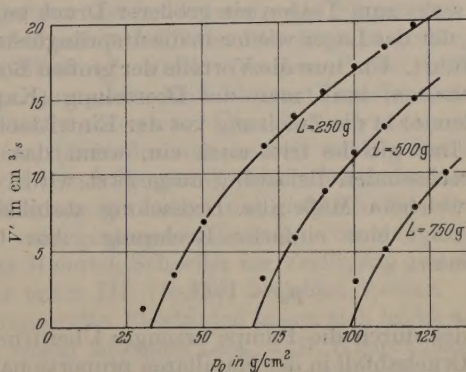


Abb. 7. Abhängigkeit des durchströmenden Luftvolumens (cm³/s) vom Betriebsdruck bei verschiedener Lagerbelastung L .

bessere Übereinstimmung zwischen Meß- und Rechen-ergebnis kaum erwartet werden.

Daß mit abnehmender Anzahl von Bohrungen der erforderliche Druck zunimmt, konnte in einem Versuch nachgewiesen werden, bei dem von den 8 Bohrungen nur zwei geöffnet waren. Der Druck stieg dadurch von 25 auf 35 g/cm².

Aus dem Diagramm, Abb. 3, kann man entnehmen, daß für das idealisierte Lager (Abb. 1)

$$\frac{L}{k} = 12,05 \quad \text{oder} \quad L = 12,05 \cdot k = 12,05 \frac{V \cdot \eta}{d^3}.$$

Für $L = 250 \text{ g}$, $\eta_w = 10^{-5} \text{ g} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$ und $d = 0,004 \text{ cm}$ erhält man:

$$V = 0,13 \text{ cm}^3/\text{sec}.$$

Die Messung ergab $0,18 \text{ cm}^3/\text{sec}$.

Folgerungen.

Man erkennt, daß die Rechnung zu dem Lagermodell Abb. 1 die Meßergebnisse gut wiedergibt und die Forderungen, die für die Lage der Bohrungen aufgestellt wurden, volle Gültigkeit haben.

Die Ergebnisse der Berechnung an der einzelnen Bohrung (Abb. 2) können nicht absolut verwertet werden, wie die Messungen zeigen. Den qualitativen Schluß, daß man die Bohrungen nicht zu klein wählen darf, kann man aber ziehen. $1/10$ bis $1/20$ des Lagerdurchmessers dürften nach den gemachten Erfahrungen günstige Abmessungen für die Bohrung sein. Die Anzahl der Bohrungen braucht nicht über zehn hinauszugehen.

Berechnung zur Stabilität des Lagers.

Die Berechnungen und Messungen befaßten sich seither ausschließlich mit den Strömungsvorgängen im Lagerspalt. Im folgenden soll die Frage der Stabilität behandelt werden. Die Rechnung ergibt bei konstantem Druck für alle Spaltbreiten die gleiche Tragkraft. Wird nun das Lager durch eine Kraft aus der zentrischen Lage gebracht, so tritt keine Gegenkraft auf, die es wieder in die richtige Lage zurückführt. Es ist also indifferent.

Anders verhält sich das Lager mit den kleinen Löchern. In den engen Bohrungen wird die Strömung etwas gedrosselt; es wird ein Druckabfall verursacht, der mit dem durchströmenden Volumen ansteigt. Tritt hier eine Exzentrizität auf, so wird der Durchfluß an der Stelle, an der der Spalt enger ist, kleiner. Dadurch nimmt der Druckabfall in der Bohrung ab, und es steht zum Tragen ein größerer Druck zur Verfügung, der das Lager wieder in die ursprüngliche Lage zurückführt. Um nun die Vorteile der großen Bohrung beizubehalten, muß man die Drosselung (Kapillare oder Blende) in die Zuleitung vor der Eintrittsöffnung legen. Das gleiche tritt auch ein, wenn das Lager einer wechselnden Belastung ausgesetzt wird.

In welchem Maße die Drosselung stabilisierend wirkt, zeigt eine einfache Rechnung. Aus Gl. (1) findet man:

$$p'_u \sim V/d^3. \quad (7)$$

Ist p_0 der durch die Pumpe erzeugte Überdruck, so ist der Druckabfall in der Kapillaren proportional dem Durchsatz.

$$p_0 - p'_u \sim V_k.$$

Durch Einsetzen in die Gl. (7) erhält man:

$$d_k \sim \sqrt[3]{\frac{p_0 - p'_u}{p'_u}}.$$

Für die Blende gilt entsprechend:

$$V_B \sim \sqrt{p_0 - p'_u} \quad \text{und} \quad d_B \sim \sqrt[6]{\frac{p_0 - p'_u}{p'^2_u}}.$$

Mit diesen Gleichungen wurde die prozentuale Änderung von d berechnet, die notwendig ist, um eine Änderung der Belastung und damit des Druckes p_u

um 1% auszugleichen. Die Ergebnisse zeigt die Tabelle. Für die Blende ergeben sich immer kleinere Werte, d.h. der Lagerspalt ändert sich weniger als bei der Kapillaren.

Tabelle 1.

p_u/p_a	Änderung der Lagerspaltweite d bei Drosselung	
	durch Kapillare	durch Blende
0	0,33 %	0,33 %
0,2	0,42 %	0,38 %
0,4	0,56 %	0,44 %
0,6	0,83 %	0,58 %
0,8	1,67 %	1,00 %

Trotz der guten Stabilisierungswirkung der Blende dürfte die Drosselung durch die Kapillare günstiger sein. Der Druckabfall in ihr geht proportional mit der Zähigkeit und dem Volumen wie im Lagerspalt. Bei verschiedenen Betriebsbedingungen, z. B. veränderlichem Außendruck, verteilt sich demzufolge der Betriebsdruck p_0 immer im gleichen Verhältnis auf Kapillare und Lagerspalt. Wie man dieses Verhältnis wählt, hängt von der zu erwartenden Änderung der Belastung ab. Die Charakteristik der Druckanlage spielt hier ebenfalls eine Rolle, die aber nicht weiter verfolgt werden soll.

Berechnung der Reibung.

Zum Schluß sei noch etwas über die Größe gesagt, die überhaupt der Anlaß zur Entwicklung dieses Lager war. Im Gegensatz z. B. zu den Kugellagern sind hier die Reibungsverhältnisse leicht überblickbar und der Rechnung gut zugänglich. Man hat es nur mit der Flüssigkeitsreibung zu tun. Die Reibungskraft ist

$$R = F \cdot \eta \frac{dv_t}{dn}.$$

v_t ist die durch die Bewegung des Lagers hervorgerufene Tangentialgeschwindigkeit. Die Fläche berechnet sich für das Konuslager aus

$$dF = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot dr}{\cos \alpha}.$$

Der Geschwindigkeitsgradient ist

$$\frac{dv_t}{dn} = \frac{v_t}{d} = \frac{r \cdot \omega}{d}$$

ω = Winkelgeschwindigkeit, d = Spaltbreite.

Setzt man diese Werte ein, multipliziert mit r und integriert, so erhält man das Reibungsmoment.

$$M = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \eta}{d \cdot \cos \alpha} \left[\frac{r^4}{4} \right]_{r_i}^{r_a}.$$

Für das Konuslager mit $r_i = 0,25 \text{ cm}$ und $r_a = 2,5 \text{ cm}$ erhält man bei einer Spaltweite von $0,005 \text{ cm}$ und Luft als Schmiermittel

$$M = 0,00318 \cdot \omega.$$

Durch Bestimmung der Dämpfung von Schwingungen wurde im Mittel

$$M = 0,0032 \cdot \omega (\pm 10\%)$$

gefunden.

Bei diesen Messungen wurde die Winkelgeschwindigkeit nur wenig variiert. An einem größeren Wasserlager konnte aber die vollkommene Proportionalität zwischen Reibungsmoment und Winkelgeschwindigkeit in dem Bereich von $\omega = 1$ bis $\omega = 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ nachgewiesen werden.

Zur Veranschaulichung sei mitgeteilt, daß die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ einer Umlaufzeit von ungefähr 100 min entspricht. Das Reibungsmoment betrug hierbei nur 0,0048 cmg. Da die Belastungsvorrichtung einen Radius von 60 cm hatte, so genügte dort eine Kraft von weniger als $\frac{1}{10} \text{ mg}$ (Windhauch o. ä.), um ein gleich großes Moment zu erzeugen. Bedenkt man noch, daß diese kleine Reibung bei Belastungen von 10 bis 30 kg auftritt, so muß man zugeben, daß solche Lager einige Beachtung verdienen.

Zusammenfassung.

Bei den als Wasser- und Luftlager bezeichneten reibungsarmen Anordnungen wird das Schmiermittel

durch Bohrungen in den Lagerspalt gepumpt und so zwangsweise ein Schmierfilm aufrechterhalten. Dadurch erhält man ein geschwindigkeitsproportionales Reibungsmoment. Die Strömungsverhältnisse im Spalt werden unter vereinfachten Bedingungen berechnet und die Ergebnisse mit Messungen an Modellen verglichen. Die Möglichkeit der Stabilisierung wird diskutiert und rechnerisch verfolgt. Das einfach nach der NEWTONschen Gleichung berechnete Reibungsmoment stimmt gut mit den Versuchsergebnissen überein. Es ergaben sich bei beträchtlicher Belastung für sehr niedrige Drehzahlen erstaunlich geringe Reibungsmomente.

Literatur. [1] VIEWEG, R., u. V. VIEWEG: Über die Bildung des Ölfilms in Schwinglagern. Masch.-Bau Betrieb **6**, 234 (1927).

Studienrat Dr.-Ing. FRIEDRICH GOTTWALD,
Waldmichelbach i. Odenwald.

Prof. Dr. RICHARD VIEWEG, Darmstadt,
Dachsbergweg 6.

Ausmessung elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten.

Von WALTER CLAUSNITZER und HEINZ HEUMANN, Köln-Mülheim*.

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 14. Juni 1950.)

I. Einleitung.

Bei dem Bau elektrischer Geräte mit komplizierten Elektrodenformen ist es häufig wichtig, die Feldstärkenverteilung zu kennen, um die Elektrodenformen und die im Feld liegenden Bauteile zweckmäßig gestalten zu können. Für eine experimentelle Lösung dieser Aufgabe ist eine große Zahl von Methoden bekannt geworden, die z. B. in dem Buch von R. STRIGEL „Ausmessung von elektrischen Feldern“ [1] ausführlich beschrieben sind. Bei einem Teil dieser Verfahren wird das interessierende Feld direkt an den zu untersuchenden Geräten bestimmt, z. B. bei der TOEPLERSchen Strohhalmmethode. Andere Verfahren ermitteln das gesuchte Feld an einem Modell; hierher gehören die Messungen der Äquipotentiallinien im elektrolytischen Trog. Bei dieser Methode nutzt man die formale Übereinstimmung zwischen dem Kraftlinienverlauf im Dielektrikum und dem Stromlinienverlauf im Elektrolyten aus, wobei in beiden Fällen die gleiche Elektrodenanordnung betrachtet wird. Von einer Abwandlung der Meßmethode mit dem elektrolytischen Trog, bei der der flüssige Elektrolyt durch eine Halbleiterschicht ersetzt ist, soll im folgenden berichtet werden.

II. Meßmethode.

Bei der Ausmessung elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten werden, wie bei den Messungen im elektrolytischen Trog, die Äquipotentiallinien an einem Modell der zu untersuchenden

Elektrodenanordnung bestimmt. Zweckmäßig geschieht dies in einer Brückenanordnung.

Hervorzuheben ist, daß die Messungen auch mit Gleichstrom ausgeführt werden können, da bei den Halbleitern mit Elektronenleitung Polarisierungseffekte nicht auftreten können. Dies bedeutet eine Vereinfachung der Meßmethodik gegenüber der beim elektrolitischen Trog, wo die Messungen mit Wechselstrom ausgeführt werden müssen. Als billiger und leicht zu bearbeitender Halbleiter, der auch in großen Flächen herstellbar ist, wurde von uns Papier benutzt, das durch geeignete Ruß- bzw. Graphitzusätze leitend gemacht worden war. Über das verwendete rußhaltige Papier, das in Zusammenarbeit mit der Firma Papierfabrik G.m.b.H., vorm. Brüder Kämmerer entwickelt worden ist, sowie über das graphithaltige Papier, das uns entgegenkommenderweise von der Papierfabrik Felix Heinrich Schoeller zur Verfügung gestellt wurde, wird unter III. (S. 444) berichtet werden. Die feldbegrenzenden Elektroden lassen sich leicht und genau mit einem leitenden Lack, z. B. Hydrokollag, auf die verwendeten halbleitenden Papiere aufzeichnen. Dabei empfiehlt es sich, über das kräftig aufgetragene Hydrokollag eine Metallfolie zu legen, um einen Spannungsabfall von den Zuleitungen zu den entfernter liegenden Elektrodenanteilen zu vermeiden. Als Abtastelektrode hat sich ein isolierter Metallgriffel bewährt. Mit seiner Spitze können die einzelnen Punkte der Äquipotentiallinie aufgefunden werden, die dem vorher eingestellten Brückenverhältnis entspricht. Diese Punkte, bei denen das Nullinstrument stromlos ist, lassen sich durch einen leichten Druck mit dem Abtastgriffel auf dem halbleitenden Papier markieren. Der Übergangswiderstand an der Spitze der Abtastelektrode ist bei diesen Messungen nur ein Vorwiderstand für das Nullinstrument und daher ohne Einfluß

* Mitteilung aus der Versuchsanstalt der Felten & Guillaume Carlswerk A. G. — Als Fachbericht vorgetragen auf der VDE-Jahresversammlung 30. Mai bis 3. Juni in Köln. Die Fachberichte sollen demnächst wieder in einem Sammelband vom VDE veröffentlicht werden.

auf das Meßergebnis. Da weiterhin der Metallgriffel nicht oder nur unwesentlich in die halbleitende Schicht eindringt, kann das auszumessende Feld durch die Abtastelektrode nicht verzerrt werden. Nach Beendigung der Messungen erhält man die Äquipotentiallinien durch Verbinden der Meßpunkte unmittelbar auf dem benutzten halbleitenden Papier, das somit gleichzeitig als Zeichenpapier dient. Eine Übertragung auf ein Registrierpapier, wie sie bei den Messungen mit dem elektrolytischen Trog erforderlich ist, wird dadurch überflüssig, und alle dabei gegebenenfalls auftretenden Fehlermöglichkeiten können vermieden

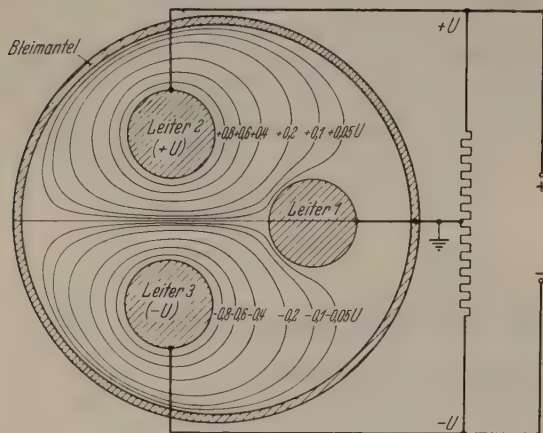


Abb. 1. Äquipotentiallinien in einem Gürtelkabel. (Reflexpapier, Elektroden aus aufgespritztem Kupfer.)

werden. Als Ergebnis einer Messung, die zur Veranschaulichung des Verfahrens an einem einfachen Modell in der beschriebenen Weise ausgeführt wurde, zeigt Abb. 1 die Äquipotentiallinien eines Dreileiter-



Abb. 2. Abhängigkeit von Widerstand und Reißgewicht bei einem rußhaltigen Papier. Vergleich der Linien gleichen Widerstandes (—) mit der Linie der Reißgewichte (---).

Gürtelkabels in dem Augenblick, wo der Leiter 1 Erdpotential hat und die beiden anderen Leiter die Spannung $+U$ bzw. $-U$ besitzen.

III. Verwendbare Halbleiterschichten und die erreichte Meßgenauigkeit.

Für die Ausmessung elektrischer Felder nach der beschriebenen Methode lassen sich alle Halbleiter verwenden, die in dünnen Schichten hergestellt werden können, z. B. leitender Gummi, leitende Kunststoffolien und das von uns benutzte ruß- bzw. graphithaltige Papier.

Zweckmäßiger Widerstandsbereich.

Die zu verwendende Halbleiterschicht besitzt zweckmäßig einen spezifischen Widerstand von etwa 10^2 bis $5 \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{cm}$ bzw. einen Oberflächenwiderstand von 10^4 bis $5 \cdot 10^6 \Omega$ für eine quadratische Fläche, denn der Halbleiter soll mehr Widerstand haben als die Hydrokollagschicht, welche die Elektroden darstellt. Der Widerstand des Meßhalbleiters soll aber auch nicht zu hoch sein, da man sonst bei den handelsüblichen Widerständen ein zu ungünstiges Brückenverhältnis erhält und die Empfindlichkeit der Nullanzeige damit herabgesetzt wird. Auch soll der Halbleiter über 100mal weniger Widerstand besitzen als das Reißbrett, auf dem die Meßschicht zweckmäßig aufgeheftet ist. Da Hydrokollag etwa 100Ω Oberflächenwiderstand und das Holz eines Reißbrettes ungefähr $10^9 \Omega$ Oberflächenwiderstand hat, ergeben sich etwa die obengenannten Grenzen für den Widerstand des verwendeten Halbleiters.

Fehlermöglichkeiten.

Während das Verfahren der Feldmessungen mit Halbleiterschichten gegenüber dem Arbeiten mit dem elektrolytischen Trog den Vorzug der größeren Einfachheit besitzt und die schon erwähnten Fehlermöglichkeiten vermeidet, kann die Meßgenauigkeit bei seiner Anwendung durch Ungleichmäßigkeiten des verwendeten Papiers eingeschränkt werden. Ihr Einfluß machte sich bei unseren Untersuchungen in zweierlei Weise durch Abweichungen der gemessenen Äquipotentiallinien von den theoretisch zu erwartenden störend bemerkbar.

a) *Unregelmäßige Schwankungen.* Bei Messungen der Äquipotentiallinien eines Plattenkondensators von 20 cm Plattenabstand ergaben sich örtliche Abweichungen von den Sollwerten, die in diesem Beispiel, an vereinzelten Stellen bis zu 2,5 mm betrugen.

Die Häufigkeitskurve der gemessenen Abweichungen hat GAUSS-Charakter und besitzt bei dem hier verwendeten rußhaltigen Papier eine Halbwertsbreite von etwa 0,5 mm.

b) *Anisotropie des Papiers.* Eine andere Art von Ungleichmäßigkeiten, die beim halbleitenden Papier gegebenenfalls auftreten können, wird anschaulich durch Abb. 2 wiedergegeben.

Hier sind von einer Mittelelektrode ausgehend in verschiedenen Richtungen die Papierlängen bestimmt, die gleichen Widerständen entsprechen. Die sich dabei ergebenden Linien gleichen Widerstandes sollten bei einem Papier, das in allen Richtungen gleiche Leitfähigkeit besitzt, Kreise sein. Wie Abb. 2 zeigt, ist das bei diesem rußhaltigen Papier keineswegs der Fall, sondern die Leitfähigkeit in der Verarbeitungsrichtung ist größer als quer dazu. Entsprechendes trifft für die Reißgewichte zu, die in der Verarbeitungsrichtung des Papiers höhere Werte besitzen, was auf die Ausrichtung der Papierfasern bei der Herstellung zurückzuführen ist. Die Parallelität zwischen der Linie der Reißgewichte und den Linien gleichen Widerstandes weist darauf hin, daß bei dem hier untersuchten Papier sich die Rußkörner an die Zellulosefasern angelagert haben. Bei der Ausrichtung der Fasern während der Papierherstellung konnte somit eine höhere Leitfähigkeit in der Verarbeitungsrichtung zustande kommen.

Das untersuchte rußhaltige Papier besitzt also hinsichtlich des elektrischen Widerstandes Ungleichmäßigkeiten in kleinen Bereichen sowie unterschiedliche Leitfähigkeiten in der Verarbeitungsrichtung und quer dazu. Die örtlichen Ungleichmäßigkeiten beeinträchtigen unseres Erachtens das Meßverfahren nur unwesentlich, während die Richtungsabhängigkeit der Leitfähigkeit eine starke Verzerrung des zu bestimmenden Feldes bedingt.

Papiere mit richtungsunabhängiger Leitfähigkeit.

Es hat sich nun gezeigt, daß eine Möglichkeit, die Leitfähigkeiten in den verschiedenen Papierrichtungen einander genügend anzunähern, darin besteht, das Papier zu recken.

Dies wurde am Beispiel des Zylinderkondensators geprüft. An den gemessenen Äquipotentiallinien im Vergleich mit den Sollkurven (Kreisen) konnte man die Feldverzerrung erkennen, die durch die größere Leitfähigkeit in der Verarbeitungsrichtung hervorgerufen worden war. Dagegen zeigten die Meßpunkte nach der Reckung, daß hierbei die Unterschiede der Leitfähigkeiten in den beiden Richtungen einander weitgehend angeglichen werden konnten. Dieses Verfahren kann aber nur als Notlösung gelten und soll nur als interessante Möglichkeit angeführt werden.

Aus dem aufgezeigten Zusammenhang zwischen Reißgewicht und Leitfähigkeit muß gefolgert werden, daß die gewünschte richtungsunabhängige Widerstandsverteilung nur bei einem Papier zu verwirklichen ist, dessen Reißgewichte in Quer- und Längsrichtung gleich sind. Dieses Ziel, das von den Herstellern auch für andere Papierverwendungszwecke erstrebt wird, ist aber bis heute noch nicht erreicht worden, so daß für die Ausmessung elektrischer Felder ein anderes Papier zu suchen war.

Hier glauben wir nun im graphithaltigen Reflexpapier ein geeignetes Material gefunden zu haben. Abb. 3 zeigt eine Messung der Richtungsabhängigkeit seines Widerstandes.

Bei diesem Papier ist der Widerstand in allen Richtungen nahezu gleich, während die Reißgewichte auch hier in der Verarbeitungsrichtung größer sind. Man muß daher annehmen, daß bei diesem Papier das Graphit in geringerem Maße an die Fasern angelagert ist, die hier feiner und kürzer sind, als bei dem oben erwähnten, rußhaltigen Papier.

Ein Nachteil des bisher benutzten Reflexpapiers liegt allerdings darin, daß seine Leitfähigkeit sehr groß ist (etwa 1000 Ω Oberflächenwiderstand), so daß die Hydrokollagelektroden durch Elektroden aus aufgespritztem Kupfer ersetzt werden mußten; ein Verfahren, das gut anwendbar, aber weniger einfach auszuführen ist. Wir hoffen aber, daß uns in Kürze ein Reflexpapier mit geringerer Leitfähigkeit und noch kleineren örtlichen Ungleichmäßigkeiten zur Verfügung steht.

Ein Beispiel für eine Feldmessung mit Hilfe des erwähnten, halbleitenden Reflexpapiers, mit dem auch das Feld des Gürtelkabels (Abb. 1) ausgemessen worden war, zeigt Abb. 4.

Es handelt sich um die Äquipotentiallinien in einem Plattenkondensator, dessen eine Platte über die andere hinausragt. Die Übereinstimmung zwischen den eingezeichneten Meßpunkten ($\times \times \times$) und den durch die

ausgezogenen Kurven angegebenen theoretischen Werten ist wohl als sehr gut zu bezeichnen. Abweichungen treten erst in der Nähe der Papierbegrenzungen auf, was zu erwarten war, da sich die theoretischen Werte auf ein unendlich ausgedehntes Medium beziehen.

In der gleichen Weise lassen sich auch andere elektrische Felder ausmessen, wobei die Grenze für die Anwendung der Methode natürlich darin liegt, daß mit ebenen Schichten nur zweidimensionale Felder

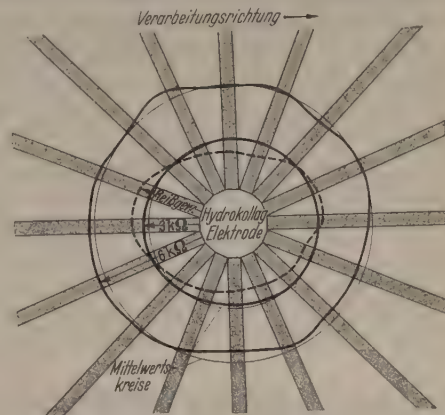


Abb. 3. Richtungsabhängigkeit von Widerstand und Reißgewicht bei einem Reflexpapier. Vergleich der Linien gleichen Widerstandes (—) mit der Linie der Reißgewichte (---).

bestimmt werden können. Es ist aber beabsichtigt, mit keilförmigen Halbleitern auch dreidimensionale Felder mit einer Symmetrieachse auszumessen, da dieser Fall für die Praxis von besonderer Bedeutung

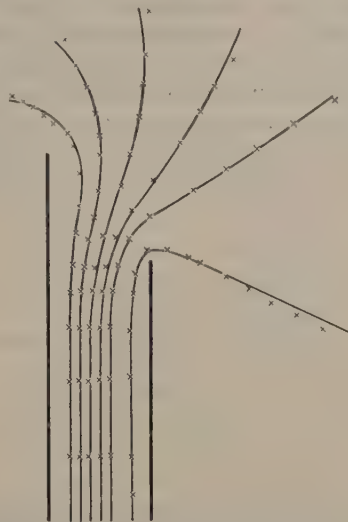


Abb. 4. Äquipotentiallinien in einem Plattenkondensator mit ungleicher Plattenlänge. $\times \times \times$ Meßpunkte, — theoretische Werte.

ist. Weiterhin ist es möglich, auch Felder mit Bereichen verschiedener Dielektrizitätskonstanten dadurch zu ermitteln, daß man durch Aufeinanderlegen mehrerer Schichten geeigneter Dicke und Leitfähigkeit Flächen unterschiedlichen Widerstandes herstellt.

Mit den aufgeführten Hinweisen und Meßbeispielen sind wohl die Möglichkeiten, aber auch die Schwierigkeiten der Ausmessung elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten aufgezeigt. Die Vorteile liegen in der einfachen Meßmethode und den benötigten geringen Hilfsmitteln, was diese Methode auch für Unterrichtszwecke geeignet erscheinen läßt. Die Schwierigkeiten sind durch die Ungleichmäßigkeiten der bisher verwendeten Halbleiterschichten bedingt.

Hier erscheinen uns Entwicklungsarbeiten aussichtsreich, und vielleicht können unsere Untersuchungen als Anregung dafür dienen.

IV. Weitere Anwendungsmöglichkeiten.

Bisher wurde nur von der Ausmessung elektrischer Felder gesprochen; da aber die LAPLACESche bzw. die POISSONSche Gleichung, deren Lösungen mit Hilfe der Halbleiterschichten experimentell bestimmt werden können, ganz allgemein für beliebige Potentialfelder gilt, lassen sich die gemessenen elektrischen Felder auch als die Lösungen nicht elektrischer Probleme deuten. So kann man z. B. die elektrischen Äquipotentiallinien als die Isothermen eines Wärmeproblems auffassen. Weiter wird in einer Arbeit von A. R. BOOTHROYD [2] gezeigt, wie sich durch die Ausmessung von Potentialfeldern die Impedanzen komplexer Netzwerke bestimmen lassen. Dort findet sich auch ein Hinweis auf die Möglichkeit, Feldmessungen mit Hilfe von trockenem Widerstandsmaterial durchzuführen; Angaben über eine praktische Anwendung oder über etwa durchgeführte Messungen werden allerdings nicht gemacht. Auch die automatische Aufnahme elektrischer Felder, wie sie von J. K. MICKELSEN [3] für Messungen am elektrolytischen Trog angegeben wird, läßt sich bei der Feldmessung mit halbleitenden Schichten verwenden. Schließlich

sei noch erwähnt, daß mit Hilfe der Beziehung $CR = \epsilon_0$, die innerhalb sehr weiter Grenzen gilt, durch die Messung des Widerstandes R zwischen den auf den halbleitenden Schichten befindlichen Elektroden die Kapazität derselben Elektrodenanordnung bestimmt werden kann. Für die Bestimmung muß allerdings ρ , der spezifische Widerstand des Halbleiters, gemessen werden und die Dielektrizitätskonstante ϵ für den betrachteten Kondensator vorgegeben sein.

Zusammenfassung.

Ein Verfahren, Potentialfelder mit Hilfe von halbleitendem Papier auszumessen, wird beschrieben. Die Genauigkeit dieser Meßmethode wird diskutiert.

Literatur. [1] STRIGEL, R.: Ausmessung von elektrischen Feldern. Karlsruhe 1949. — [2] BOOTHROYD, A. R., E. C. CHEROG and R. MAKAR: Proc. Inst. Electr. Engrs. **96**, 163 (1949). — [3] MICKELSEN, J. K.: Gen. Electr. Rev. **1949**, 19.

Dr.-Ing. W. CLAUSNITZER, in Fa. Felten & Guillaume, Carlswerk, (22c) Köln-Mülheim.

Dr. HEINZ HEUMANN, in Fa. Felten & Guillaume, Carlswerk, (22c) Köln-Mülheim.

Eine Beziehung zwischen Dielektrizitätskonstante und Verlustwinkel ferroelektrischer Stoffe.

Von MAX KORNETZKI, Heidenheim.

(Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium der Siemens & Halske A.G.)

Mit 4 Textabbildungen.

(Eingegangen am 14. Juli 1950.)

Die Ähnlichkeit der Polarisationsvorgänge ferromagnetischer und ferroelektrischer Stoffe [1] läßt vermuten, daß die Gesetzmäßigkeiten der Ferromagnetika auch für Ferroelektrika gültig sind. Als besonders fruchtbar für die Analyse der Magnetisierungskurve bei schwachen magnetischen Feldern hat

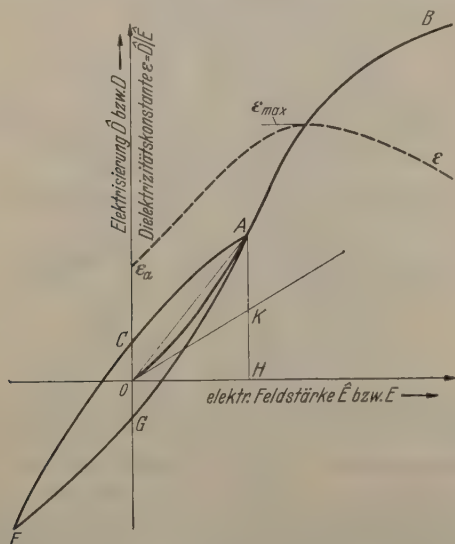


Abb. 1. Schematische Darstellung der nach dem RAYLEIGH-Gesetz vermuteten Elektrisierungskurve eines Ferroelektrikums bei kleinen Feldstärken.

sich das RAYLEIGH-Gesetz [2] erwiesen. Obwohl das zunächst bei der Untersuchung von Stahl gefundene Gesetz nicht bei allen magnetischen Werkstoffen streng gültig ist, hat es sich auch in diesen Fällen als eine Näherung bewährt, die uns hilft, die Meßergebnisse zu überblicken. Weiter hat es sich ergeben, daß auch die mechanische Spannungs-Dehnungskurve ferromagnetischer Stoffe dem RAYLEIGH-Gesetz folgt [3].

Im folgenden wird gezeigt, daß die Elektrisierungskurve des Bariumtitanats, und zwar insbesondere der Zusammenhang zwischen Elektrisierung und Verlustwinkel, ebenfalls näherungsweise durch das RAYLEIGH-Gesetz beschrieben werden kann. Nach diesen Ergebnissen ist zu erwarten, daß auch die mechanische Spannungs-Dehnungskurve ferroelektrischer Stoffe vom Typ des Bariumtitanats dem RAYLEIGH-Gesetz unterliegt.

Die Magnetisierungskurve (Neukurve, Kommutierungskurve) eines ferromagnetischen Stoffes (unterhalb der CURIE-Temperatur) läßt sich bei kleinen magnetischen Feldstärken nach J. W. RAYLEIGH schreiben [2]:

$$\hat{B} = \mu_a \hat{H} + 2\gamma \hat{H}^2. \quad (1)$$

(\hat{B} Spitzenwert der magnetischen Induktion, \hat{H} Spitzenwert der magnetischen Feldstärke, μ_a Anfangspermeabilität, γ Hysteresekonstante). Analog kann man für die Elektrisierungskurve eines Ferroelektrikums (dielektrische Verschiebung \hat{D} in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke \hat{E}) bei kleinen, von Null aus anwachsenden elektrischen Feldstärken einen Zusammenhang erwarten

$$\hat{D} = \epsilon_a \hat{E} + 2\gamma \hat{E}^2. \quad (2)$$

(Anfangsteil der dick ausgezogenen Kurve OAB der Abb. 1; bei großen Feldstärken wird das Gesetz nämlich ungültig.) OK gibt die Anfangsneigung ϵ_a der Elektrisierungskurve an (Dielektrizitätskonstante bei verschwindender Feldstärke). Zum Beispiel ist bei der Feldstärke $\hat{E} = OH$ der reversible Anteil der dielektrischen Verschiebung gleich $HK (= \epsilon_a \hat{E})$, der (irreversible) Hystereseeanteil gleich $KA (= 2\gamma \hat{E}^2)$.

Die Dielektrizitätskonstante ε wächst linear mit der Feldstärke

$$\varepsilon = \hat{D}/\hat{E} = \varepsilon_a + 2\gamma \hat{E}. \quad (3)$$

Neigung OA in Abb. 1). Außerhalb des RAYLEIGH-Bereiches nimmt ε allmählich langsamer zu bis zu einem Höchstwert ε_{\max} (entsprechend der Maximalpermeabilität des Ferromagnetikums); dann sinkt sie wieder ab (Abb. 1, gestrichelte Kurve).

Läßt man die elektrische Feldstärke zwischen den Spitzenwerten $+\hat{E}$ und $-\hat{E}$ wechseln, so sollten nach dem RAYLEIGH-Gesetz die Äste der Elektrisierungsschleife $ACFGA$ Parabeln zweiten Grades sein mit der Gleichung

$$D = (\varepsilon_a + 2\gamma \hat{E})E \pm \gamma(\hat{E}^2 - E^2) \quad (4)$$

+ für den oberen Ast ACF , - für den unteren Ast GFA). Die Schleifenremanenz OC ($=1/2 KA$) ist

$$R = \gamma \hat{E}^2. \quad (5)$$

Der dielektrische (Hystereseverlust) W je cm^3 des Dielektrikums ist gleich dem Produkt aus Frequenz f und Schleifenfläche

$$W = f \int E dD = \frac{2}{3} \cdot 2R \cdot 2\hat{E} \cdot f = \frac{8}{3} \gamma \hat{E}^3 f. \quad (6)$$

Üblicherweise gibt man den dielektrischen Verlustwinkel an; dieser ist definiert durch

$$W \cdot V = U^2 \omega C \tan \delta. \quad (7)$$

U effektive Meßspannung, V Volumen des Dielektrikums, $\omega = 2\pi f$, C Kapazität des Meßkondensators (mit dem ferroelektrischen Dielektrikum). Mit $C = F/d$ (F Querschnitt, d Dicke des Dielektrikums) und $\hat{E} = \sqrt{2} U/d$ ergibt sich der Hystereseverlustwinkel

$$\tan \delta_h = \frac{8}{3\pi} \frac{\gamma}{\varepsilon} \hat{E}; \quad (8)$$

er muß linear mit der Meßfeldstärke anwachsen. Da auch ε nach Gl. (3) linear mit der Feldstärke geht, ergibt sich der Zusammenhang:

$$\tan \delta_h = (\tan \delta - \tan \delta_a) = \frac{4}{3\pi} \frac{\varepsilon - \varepsilon_a}{\varepsilon} \quad (9)$$

oder

$$\Delta \tan \delta = \frac{4}{3\pi} \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}. \quad (10)$$

Darin sind ε und δ zusammengehörige Werte der Dielektrizitätskonstante und des Verlustwinkels bei einer kleinen Feldstärke, ε_a und δ_a die Dielektrizitätskonstante und der Verlustwinkel bei Extrapolation auf die Feldstärke Null.

Die abgeleiteten Gleichungen setzen nicht voraus, daß der Elektrisierungsvorgang allein durch „ferro“-elektrische Vorgänge bewirkt wird, d. h. durch Wandverschiebungs- oder Drehvorgänge. Vielmehr kann in ε_a z. B. auch ein beliebig großer Anteil (reversibler) Elektronenpolarisation stecken. Alle nicht mit Hysterese behafteten Vorgänge werden von den Gliedern ε_a und δ_a erfaßt. δ_a stellt den (bei der betreffenden Frequenz gemessenen) Verlust durch dielektrische Nachwirkung dar ohne Rücksicht auf seine Ursache.

Die Beziehungen gelten nur, solange die Meßtemperatur unter oder höchstens dicht über der CURIE-Temperatur liegt, da weiter oberhalb dieser die ferroelektrischen Erscheinungen verschwinden.

Der vermutete lineare Anstieg des Verlustwinkels und der Dielektrizitätskonstante mit der Feldstärke werden belegt durch die Meßergebnisse von v. HIPPEL [4]

an Barium-Strontium-Titanat. ε wächst linear bis zu einer Feldstärke von $\approx 0,2 \text{ kV/cm}$; dann nimmt der Anstieg etwas zu. Bei hoher Feldstärke wird der Anstieg geringer und schließlich sinkt ε . Abb. 2 zeigt die gemessenen ε -Kurven. In Abb. 3 ist der Verlustwinkel dargestellt. Auch dieser steigt (erwartungsgemäß) zunächst linear mit der Feldstärke. Bei 17°C ergibt sich durch Extrapolation $\tan \delta_a \approx 0,03$. Dieser Wert stellt also den Nachwirkungsverlustwinkel bei 17°C dar. Berechnet man $\tan \delta - \tan \delta_a$ nach Gl. (9) aus dem ε -Anstieg (nach Abb. 2), so erhält man die

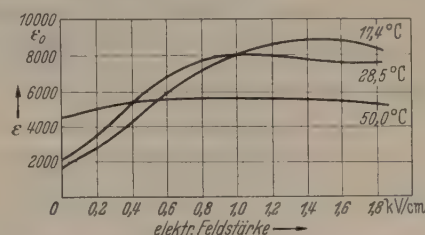


Abb. 2. Feldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von Barium-Strontium-Titanat (75% BaTiO_3) nach v. HIPPEL und Mitarbeitern.

gestrichelten Kurven der Abb. 3; diese sind bis etwa $0,3 \text{ kV/cm}$ geradlinig. Die berechneten Geraden steigen etwas steiler an als die gemessenen. Aus dem gemessenen Anstieg des Verlustwinkels ergeben sich an

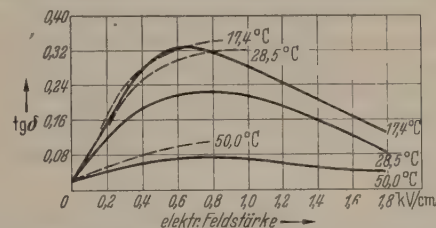


Abb. 3. Feldabhängigkeit des dielektrischen Verlustwinkels von Barium-Strontium-Titanat nach v. HIPPEL und Mitarbeitern (ausgezogene Kurven). Die gestrichelten Kurven geben den aus der Feldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante (Abb. 2) nach Gl. (9) berechneten Verlauf an.

Stelle des berechneten Faktors $4/3\pi = 0,43$ die Werte $\approx 0,4$ für 17°C , $\approx 0,3$ für 28°C und $\approx 0,2$ für 50°C .

Nach den Untersuchungen von R. FELDTEKLER [2] ergibt sich aus dem gemessenen Zusammenhang zwischen Permeabilitätsanstieg und Hystereseverlustwinkel ferromagnetischer Blechkerne im allgemeinen ein Faktor von $\approx 0,2$ bis $0,43$. Die hier gefundenen Anstiegsfaktoren stimmen also mit denen ferromagnetischer Bleche überein.

Bei großen Feldstärken wird Gl. (9) ungültig, weil dann die Elektrisierungsschleife immer stärker von der Parabelform abweicht.

Ein kleinerer Wert des Anstiegsfaktors als $0,43$ bedeutet, daß die Elektrisierungsschleife schmäler ist als sie es nach der RAYLEIGH-Beziehung sein sollte. Bei 17°C hat also die Schleife fast die theoretische Breite, bei 28° etwa $3/4$ und bei 50°C nur noch die Hälfte der theoretischen Breite. Diese Abnahme dürfte darauf hinweisen, daß in der Nähe der CURIE-Temperatur die Hysteresevorgänge infolge der zunehmenden thermischen Energie immer mehr durch reversible und Nachwirkungsvorgänge abgelöst werden. Dafür spricht auch, daß der Anstieg von ε mit der Feldstärke bei 50°C nur noch sehr gering ist. Während bei 17°C das Verhältnis der „Maximaldielektrizitätskonstante“ ε_{\max} (bei $\approx 1,4 \text{ kV/cm}$) zur „Anfangsdielektrizitätskonstante“ ε_a rund $5:1$ beträgt, hat dieses Verhältnis bei 50°C nur noch den

Wert 1,2:1. Bei tiefen Temperaturen treten also die hysteresebefallenen „ferro“-elektrischen Vorgänge stärker hervor. Daher kann der Hystereseverlustwinkel sehr groß werden, nämlich rund 17° ($\operatorname{tg} \delta \approx 0,3$) bei Feldstärken von 0,6 bis 1 kV/cm. Bei ferromagnetischen Blechen wurden Hystereseverlustwinkel bis $\approx 30^\circ$ ($\operatorname{tg} \delta \approx 0,6$) gemessen. In diesem Fall liegt aber die CURIE-Temperatur auch erheblich höher.

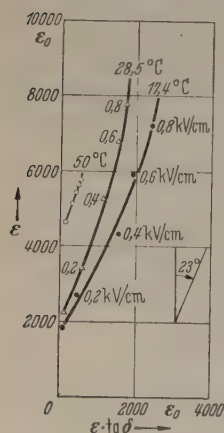


Abb. 4. Komplexe Dielektrizitätskonstante von Barium-Strontium-Titanat.

Eine besonders anschauliche Darstellung ergibt sich, wenn man die Dielektrizitätskonstante als komplexe Größe darstellt, ähnlich wie es FELDTEKLER [2] bei ferromagnetischen Stoffen getan hat. Man trägt den Realteil der Dielektrizitätskonstante als Ordinate, den Imaginärteil $\varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta$ als Abszisse mit der Meßfeldstärke als Parameter auf (Abb. 4). Dann ergibt sich für jede Meßtemperatur eine Kurve, die, von ε_a beginnend, zunächst geradlinig schräg nach oben strebt. Wenn das RAYLEIGH-Gesetz gilt, sollten die Geraden

mit der Ordinate den Winkel $\arctan(4/3\pi) = 23^\circ$ bilden. Bei einer Meßtemperatur von 17°C ergibt sich praktisch der erwartete Winkel; bei $28,5$ und 50°C Meßtemperatur sind die Winkel kleiner, nämlich ≈ 18 bzw. $\approx 14^\circ$. Hier zeigt sich ebenfalls die weitgehende Analogie zu den ferromagnetischen Stoffen, bei denen dieser Winkel meist zwischen etwa 12 und 23° liegt.

Aus den Ergebnissen ist zu folgern, daß der Elektrisierungsvorgang des Barium-Strontium-Titanats (unterhalb der CURIE-Temperatur) wenigstens bis zu Feldstärken von einigen 100 V/cm durch gleichartige Mechanismen hervorgerufen wird wie der Magneti-

sierungsvorgang der Ferromagnetika, also vorzugsweise durch Verschiebungen der Wände zwischen Domänen (Domänen) mit verschiedener Orientierung der spontanen Elektrisierung. Es ist zu vermuten, daß diese Folgerung auch auf andere ferroelektrische Stoffe zutrifft. Ferner ist zu erwarten, daß der Elastizitätsmodul der Ferroelektrika als Funktion der (mechanischen) Spannung ein ähnliches, durch das RAYLEIGH-Gesetz beschreibbares Verhalten [3] zeigt wie das Elastizitätsmodul ferromagnetischer Stoffe.

Zusammenfassung.

Überträgt man das für ferromagnetische Stoffe näherungsweise gültige RAYLEIGH-Gesetz auf die Elektrisierungskurve ferroelektrischer Stoffe, so folgt daraus ein linearer Anstieg der Dielektrizitätskonstante und des dielektrischen Verlustwinkels mit der Wechselfeldstärke. Ferner sollte der Anstieg des Verlustwinkels dem der Dielektrizitätskonstante proportional sein. An Hand vorliegender Messungen wird gezeigt, daß diese Erwartungen mit derselben Genauigkeit erfüllt sind wie bei ferromagnetischen Stoffen. Diese Überlegungen stützen die Annahme, daß der Elektrisierungsvorgang der Ferroelektrika unterhalb der CURIE-Temperatur ähnlich verläuft wie der Magnetisierungsvorgang der Ferromagnetika.

Literatur. [1] BLATTNER, H., W. KÄNZIG, W. MERZ, H. SUTTER: *Helv. phys. Acta* **21**, 207 (1948). — BLATTNER, H., W. KÄNZIG u. W. MERZ: *Helv. phys. Acta* **22**, 59 (1949). Zusammenfassende Arbeiten: HAUSER, K.: *Z. angew. Phys.* **289** (1949). — SACHSE, H.: *Z. angew. Phys.* **1**, 473 (1949). Darstellung der analogen magnetischen Vorgänge in R. BECK u. W. DÖRING: *Ferromagnetismus*. Berlin 1939. — [2] E. FELDTEKLER: *Ann. Phys.* (6) **2**, 265 (1948). — [3] HIPP, A. v. R. G. BRECKENRIDGE, F. C. CHESLEY and L. TISZA: *Indust. Engng. Chem.* **38**, 1097 (1946).

Dr. MAX KORNETZKI, (14a) Heidenheim/Brenz, Postfach 88, in Firma Siemens & Halske.

Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen aus Polschuhabmessungen und Betriebsdaten*.

VON FRIEDRICH LENZ.

(Aus dem Rheinisch-Westfälischen Institut für Übermikroskopie, Düsseldorf.)

Mit 9 Textabbildungen.

(Eingegangen am 24. Juli 1950.)

Nachdem in einer vorhergehenden Arbeit [1] die Feldverteilung auf der Achse ungesättigter symme-

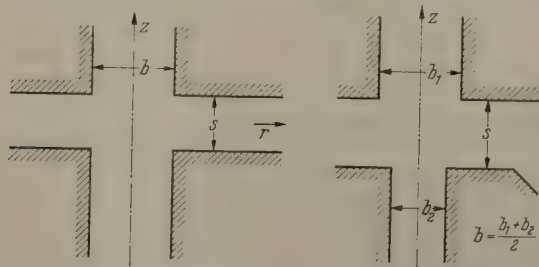


Abb. 1. Querschnitt eines symmetrischen und eines unsymmetrischen Polschuhs.

trischer Polschuhlinsen mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit vom Verhältnis aus Spaltbreite s und

*) 3. Mitteilung über die Berechnung optischer Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen.

Bohrungsdurchmesser b angegeben wurde (s. Abb. 1) sollen hier aus der Kenntnis des Feldverlaufs die optischen Kenngrößen wie Brennweite f , Vergrößerungsweite („Projektivbrennweite“) v , Brennpunktslage z_f , Farb- und Öffnungsfehlerkonstante C_F und C_λ berechnet werden. Wir wollen uns dabei auf den für die Übermikroskopie wichtigen Fall hoher Vergrößerung beschränken, bei dem das Objekt im Brennpunkt liegt. Die hier berechneten Kenngrößen sind also nicht ohne weiteres zur Bestimmung der Abbildungseigenschaften bei anderen Objektlagen geeignet. Insbesondere wäre es falsch, etwa aus der hier berechneten „Brennweite“ mit Hilfe einer NEWTONschen Abbildungsgleichung den Zusammenhang zwischen Ding- und Bildort oder die Vergrößerung für beliebige Objektlagen zu berechnen [2]. Für diejenigen Werte des Verhältnisses s/b , für welche wir Feldkurven erhalten, bei denen die dimensionslose Größe I/H_0

Gesamtdurchflutung I durch Produkt aus maximaler Achsenfeldstärke H_0 und halber Halbwertbreite d) größer als 2,13 ist, können wir die optischen Kenngrößen sogar ohne weitere Rechnung einer früheren Arbeit entnehmen [3], weil in diesem Fall eine gute Annäherung der Feldkurven durch erweiterte Glockenfelder vom GLASERSCHEN Typus [4]

$$H = H_0 \left(1 + \frac{z^2}{d^2} (2^{1/\mu} - 1) \right)^{-\mu} \quad (1)$$

möglich ist. Dies ist dann der Fall, wenn s kleiner als b ist. Wenn dagegen s gleich oder größer als b wird, ist eine Annäherung durch (1) nicht mehr zweckmäßig, da in diesem Bereich die dimensionslose Größe $I/H_0 d$ unter 2,13 sinkt. Für $s/b = 1$ wird $I/H_0 d = 2,12$. Im Bereich $s/b \geq 1$ wurde eine ausreichende Anzahl von Elektronenbahnen und aus diesen die Kenngrößen numerisch berechnet, ebenso für den Fall $s/b = 0$. Für $s/b = 0$ wäre zwar auch die Annäherung durch (1), nämlich mit $\mu = 3,0$ möglich gewesen, es lag uns aber wegen der Wichtigkeit für die Kurven-darstellung (asymptotisches Verhalten der Kenngrößen für $s/b \rightarrow 0$) besonders an einer Kontrolle der Genauigkeit in diesem Fall. Es zeigte sich hierbei, daß die über die Näherung (1) berechneten Kenngrößen bis auf Fehler von höchstens 2% mit den direkt berechneten Werten übereinstimmen.

Damit können wir nun über der Abszisse s/b die auf die halbe Halbwertbreite d bezogenen optischen Kenngrößen auftragen. Statt auf die halbe Halbwertbreite können wir aber auch auf den Bohrungsdurchmesser oder auf die Spaltbreite beziehen, da der Zusammenhang zwischen d und s ja für jeden Wert von s/b aus der früheren Arbeit [1] bekannt ist. An die Kurven, welche wir für verschiedene Werte von I^2/U^* erhalten, können wir diese Größe als Scharparameter anschreiben. U^* ist hierbei die relativistisch korrigierte Beschleunigungsspannung der Elektronen

$$U^* = U \left(1 + \frac{eU}{2m_0 c^2} \right) = U \left(1 + \frac{U}{1022000 \text{ V}} \right). \quad (2)$$

Wenn man sich dafür interessiert, wie sich bei Konstanthaltung des Bohrungsdurchmessers b eine Variation der Spaltbreite s auswirkt, wird man auf b , im umgekehrten Falle auf s beziehen. In Abb. 2, 3, 4, 5 und 6 sind solche auf den Bohrungsdurchmesser b bezogenen Kurvenscharen für f/b , v/b , z_f/b , C_F/b und C_δ/b in doppelt-logarithmischem Maßstab wiedergegeben, wobei die einzelnen Kurven zu den Werten $I^2/U^* = 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200$ und $225 \text{ Amp}^2/\text{V}$ gehören. Wenn man also etwa in einer Objektivlinse wegen des für die Objektzuführung benötigten Raumes einen Bohrungsdurchmesser von 3 mm nicht unterschreiten darf und die zugehörige günstigste Spaltweite bestimmen will, wird man am besten diese Kurvenscharen zu Rate ziehen.

Für $s/b \rightarrow 0$ nähert sich die Feldverteilung der Grenzkurve [5], [6]

$$H(z) = \frac{2I}{\pi b} \int_0^\infty \frac{\cos \frac{2tz}{b}}{J_0(it)} dt = \frac{2I}{b} \sum_{k=1}^\infty \frac{e^{-2a_k |z|/b}}{J_1(a_k)} \quad (3)$$

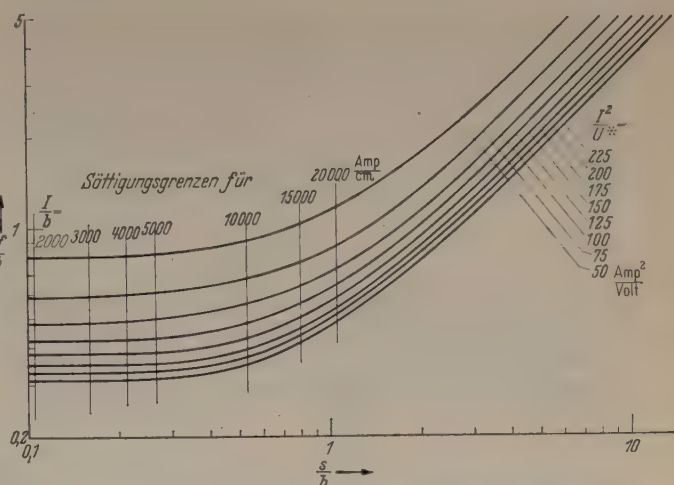


Abb. 2. Auf den Bohrungsdurchmesser b bezogene Brennweiten ungesättigter magnetischer Polschuhlinien mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Sättigungsgrenzen für $B_s = 23700 \text{ Gb}$ (Permendur).

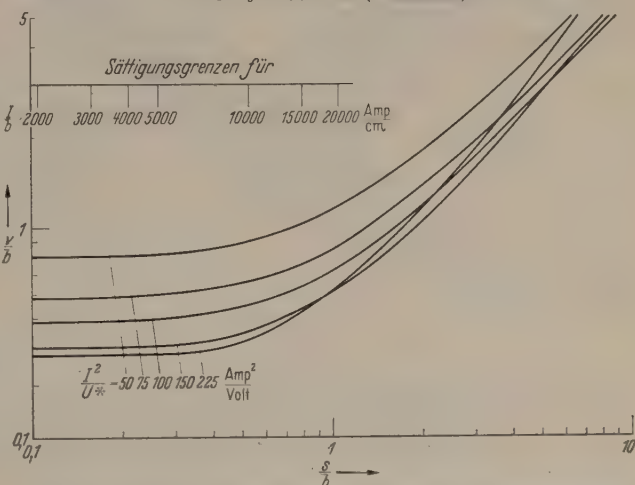


Abb. 3. Auf den Bohrungsdurchmesser b bezogene Vergrößerungen ungesättigter magnetischer Polschuhlinien mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Sättigungsgrenzen für $B_s = 23700 \text{ Gb}$ (Permendur).

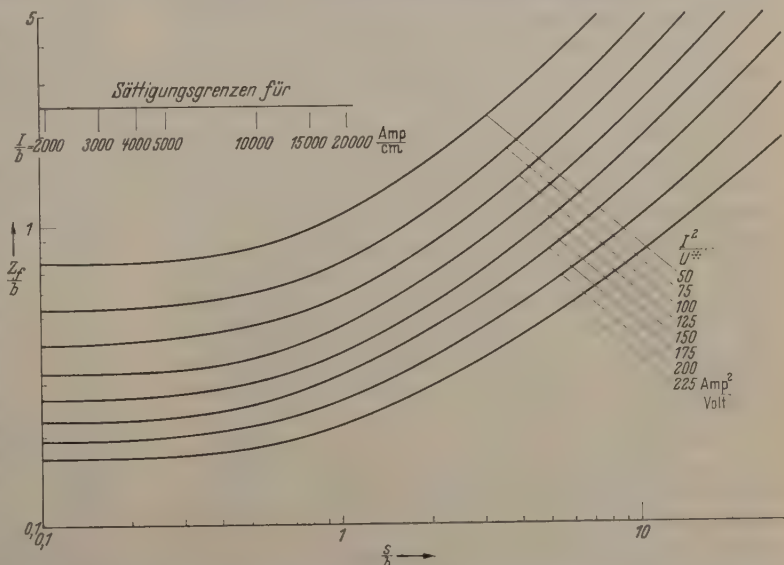


Abb. 4. Auf den Bohrungsdurchmesser b bezogene Brennpunktlagen ungesättigter magnetischer Polschuhlinien mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Sättigungsgrenzen für $B_s = 23700 \text{ Gb}$ (Permendur).

Hierbei bedeuten J_0 und J_1 die BESSELSCHEN Funktionen nullter und erster Ordnung und die a_k die Nullstellen von J_0 . Dieser Ausdruck für die Feldverteilung für $s/b = 0$ enthält s nicht mehr, sondern nur noch b .

Die auf b bezogenen Kenngrößen nehmen feste endliche Werte an, die nicht von s , sondern nur noch von I^2/U^* abhängen. Wir erhalten also in Abb. 2–6 bei allen Kurven für $s/b \rightarrow 0$ horizontale Asymptoten.

Für $s/b \rightarrow \infty$ nähert sich die Feldverteilung der Kastenkurve

$$H(z) = \begin{cases} \frac{I}{s} & \text{für } |z| < \frac{s}{2} \\ 0 & \text{für } |z| > \frac{s}{2} \end{cases} \quad (4)$$

Für diese Kastenkurve haben die auf s bezogenen Kenngrößen feste endliche Werte, welche nicht von b , sondern allein von I^2/U^* abhängen [3]. Die doppelt logarithmische Darstellung der auf b bezogenen Kenngrößen wird also für $s/b \rightarrow \infty$ Asymptoten mit der

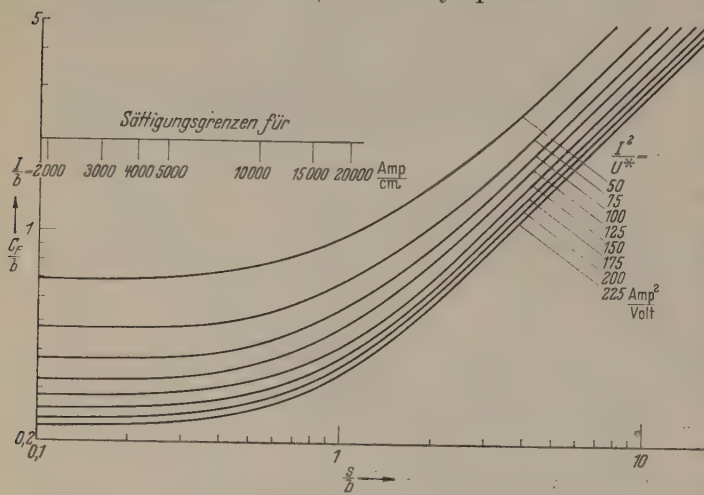


Abb. 5.

Auf den Bohrungsdurchmesser b bezogene Farbfehlerkonstanten ungesättigter magnetischer Polschuhlinsen mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Sättigungsgrenzen für $B_s = 23700$ GB (Permendur).

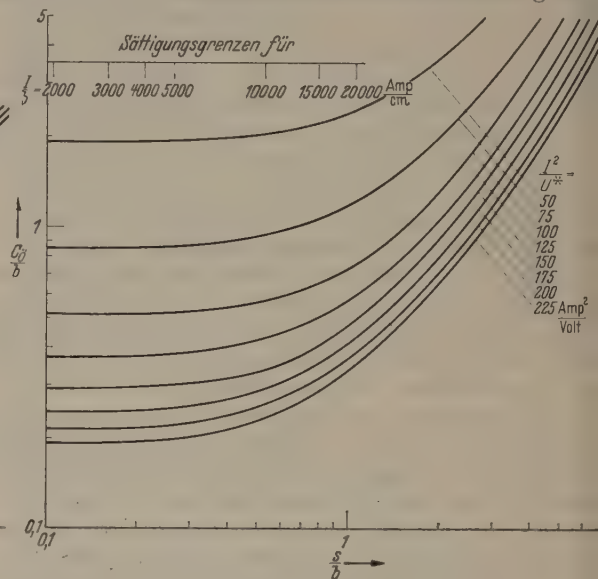


Abb. 6.

Auf den Bohrungsdurchmesser b bezogene Öffnungsfehlerkonstanten ungesättigter magnetischer Polschuhlinsen mit zylindrischer Bohrung in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten. Sättigungsgrenzen für $B_s = 23700$ GB (Permendur).

Steigung $+1$ haben. Wenn man die Kenngrößen dagegen auf s bezieht, hat ihre Kurvendarstellung für $s/b \rightarrow \infty$ horizontale Asymptoten. Eine Ausnahme von diesem Verhalten bildet allein die Öffnungsfehlerkonstante, für welche im Anhang durch eine besondere Betrachtung das asymptotische Verhalten für $s/b \rightarrow \infty$ berechnet werden soll.

Für die Brennweite, Vergrößerungsweite und Brennpunktslage sind derartige Kurvenscharen bereits von MENTS und LE POOLE [7] mitgeteilt worden. Allerdings ist dort I^2/U^* als Abszisse und s/b als Scharparameter gewählt worden. Der Vergleich mit unseren Ergebnissen zeigte eine sehr gute Übereinstimmung, obgleich MENTS und LE POOLE ihre Feldverteilungen nicht berechnet, sondern gemessen haben. Wir betrachten die gute Übereinstimmung als eine Rechtfertigung für die Annäherung durch erweiterte Glockenfelder der Form (1).

Die Darstellung zeigt folgendes: Verkleinert man bei festgehaltenem Bohrungsdurchmesser b die Spaltweite s , so kommt man zu kleineren Fehlerkonstanten und auch zu kleineren Werten von f , v und z_f . Eine Verkleinerung von s wird aber schließlich zur Sättigung der Polschuhe führen, womit dann unsere hier mitgeteilten Rechenergebnisse ihre Gültigkeit allmählich zu verlieren beginnen. Es fragt sich nun, bis zu welchen Grenzen die Vernachlässigung der Sättigungserscheinungen erlaubt ist und in welchem Sinne die Kenngrößen von ihnen beeinflusst werden.

Wir hatten die Eisenoberflächen als Äquipotentialflächen angesetzt. Dies ist zumindest für die Kante $r = b/2$, $z = s/2$ sicher selbst bei sehr schwachen Durchflutungen I nicht streng richtig, da dort sonst unendliche Feldstärken auftreten müßten. In Wirklichkeit werden wir dort sehr hohe Feldstärken haben, welche im Eisen in der Umgebung der Kante einen magnetischen Potentialabfall verursachen, so daß die Kante selbst und ihre nähere Umgebung auf der Eisenoberfläche nicht mehr das volle Potential der übrigen Oberfläche besitzen. Die wirkliche Äquipotentialfläche hat also an Stelle der scharfen Kante eine Abrundung und

verläuft in Kantennähe im Innern des Eisens. Die Sättigung wirkt also im Sinne einer Vergrößerung von s und b und damit auch der Kenngrößen.

Wir wollen nun versuchen, in den Abb. 2–6 die Grenzen des Bereiches anzugeben, in welchem die Annahme ungesättigter Polschuhe noch keinen wesentlichen Fehler verursacht. Wenn wir annehmen, daß erhebliche Fehler durch die Sättigung erst dann auftreten, wenn die Flußdichte im Spalt, welche ungefähr der Wert $\mu_0 I/s$ hat, die Sättigungsmagnetisierung des Polschuhmaterials M_s erreicht oder übersteigt, ist das Rechnen mit ungesättigten Polschuhen erlaubt, solange

$$M_s > \mu_0 \frac{I}{s} = \mu_0 \left(\frac{I}{b} \right) \cdot \left(\frac{b}{s} \right) \quad (5)$$

Wir können also, wenn wir für I/b einen konstanten Wert vorgegeben haben, das zum Beginn der Sättigung gehörige s/b ausrechnen. Wir erhalten derart eine Schar von senkrechten Sättigungsgeraden für unsere Abb. 2–6, deren Scharparameter I/b geschrieben werden kann. Diese Sättigungsgrenzen sind in Abb. 2–6 für $M_s = 23700$ GB (Polschuhmaterial Permendur) und die Parameterwerte $I/b = 2000, 3000, 4000, 5000, 10000, 15000$ und 20000 Amp/cm eingetragen. Rechts von ihnen ist der durch Vernachlässigung der Sättigungserscheinungen entstehende Fehler gering. Wie groß die Abweichung durch den Einfluß der

Sättigung ist und wo sie praktisch beginnt, sehen wir an einem Vergleich mit den experimentellen Werten der Brennweiten, welche E. RUSKA [8] an einem Polschuh mit $s=2$ mm, $b_1=2,4$ mm, $b_2=1,6$ mm erhalten hatte (Abb. 1). Wir haben zu diesem Zweck in Abb. 7 die Werte von RUSKA auf doppelt logarithmischen Maßstab umgezeichnet und zum Vergleich diejenigen Brennweitenwerte für $s/b=1$, $s=2$ mm eingetragen, welche unserer Abb. 2 zu entnehmen sind.

Während der Gang der Kurven für Experiment und Rechnung bis etwa 3 kA gut übereinstimmt, um dann allmählich abzuweichen und schließlich etwa bei

weite b_m durch Abbildungsmaßstab M_m zu berechnen, kann nur Abweichungen von der Größenordnung $1/M=f/b_m$ bewirken. Dies macht aber selbst bei $f=10$ mm nur etwa 3% aus, bei kleineren Brennweiten entsprechend weniger. Wir haben also keine befriedigende Erklärung für die Abweichungen zwischen den von RUSKA gemessenen und den von uns berechneten Werten gefunden.

Die Abb. 2—6 waren dadurch entstanden, daß wir die Kenngrößen auf den Bohrungsdurchmesser b bezogen hatten. Wenn wir statt dessen auf die Spaltweite s beziehen wollen, müssen wir jeden Ordinaten-

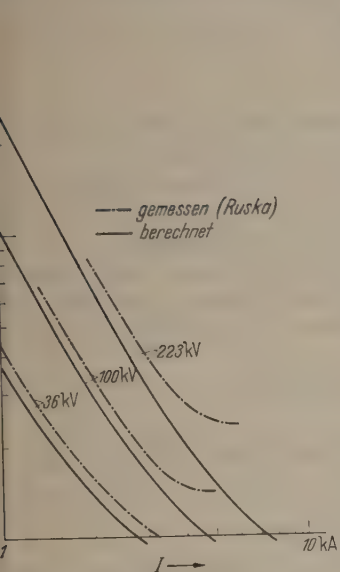


Abb. 7.

Abb. 7. Vergleich der von E. RUSKA an einem Polschuh mit $s=2$ mm, $b_1=2,4$ mm, $b_2=1,6$ mm gemessenen Brennweiten mit den für $s=2$ mm, $s/b=1$ numerisch berechneten.

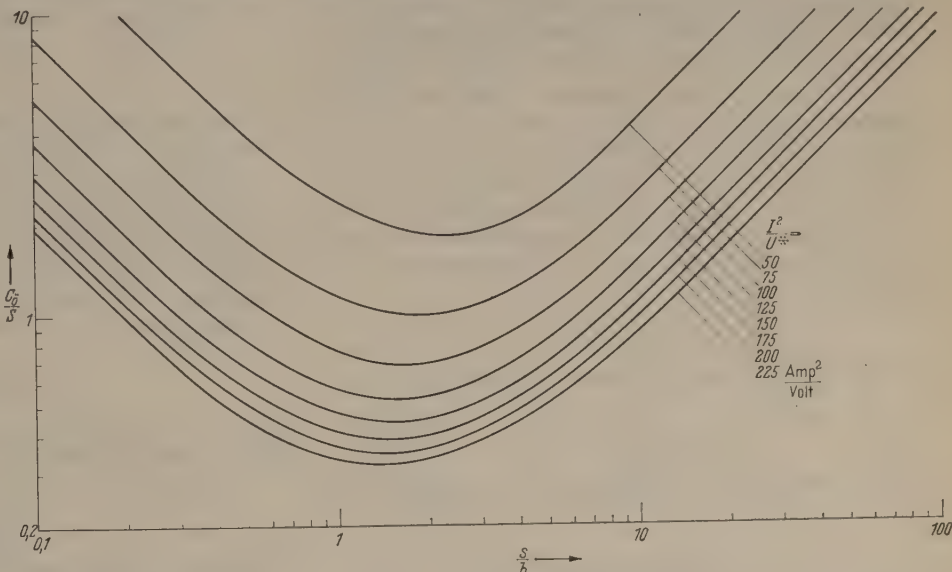


Abb. 8.

Abb. 8. Auf die Spaltbreite s bezogene Öffnungsfehlerkonstanten ungesättigter Polschuhlinien in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten.

unserer Sättigungsgrenze $M_s s/\mu_0=3,78$ kA endgültig zu divergieren, ergibt sich im übrigen Verlauf eine systematische Abweichung von etwa 15%. Um hierfür eine Erklärung zu finden, haben wir unser Rechenverfahren auf Fehlerquellen geprüft. Eine quantitative Abschätzung der in den Eisenleitungen auftretenden Flußdichten [1] ergab, daß die Abweichung bei Durchflutungen von weniger als 3 kA sicher nicht durch Sättigungseffekte zu erklären sind. Um den Einfluß der Polschuhunsymmetrie abzuschätzen, wurde das Feld des unsymmetrischen Polschuhs mit den bei RUSKA angegebenen Abmessungen und zwei dazugehörigen Elektronenbahnen numerisch berechnet. Dabei ergab sich für $I^2/U^*=50$ Amp²/V $f/s=1,17$ (beim symmetrischen Polschuh 1,14) und für $I^2/U^*=225$ Amp²/V wurde $f/s=0,472$ (symmetrisch 0,468). Die Polschuhunsymmetrie kann also für die Abweichungen auch nicht verantwortlich gemacht werden. Bei der weiteren Suche nach einer Erklärung für die Abweichungen zwischen den von uns numerisch berechneten und den von RUSKA gemessenen Werten wurde zur Prüfung der Genauigkeit des numerischen Verfahrens bei der Integration der Elektronenbahnen eine Testintegration am GLASERSchen Glockenfeld (1) mit $\mu=1$ und $k^2=1$ durchgeführt, deren exaktes Ergebnis ja bekannt ist [4]. Es ergab sich eine Brennweite von 1,257 d (der exakte Wert beträgt nach GLASER 1,256 d). Auch das von RUSKA angewandte Verfahren, die Brennweite aus dem Quotienten Bild-

wert der Abb. 2—6 durch seinen zugehörigen Abszissenwert s/b dividieren, um die auf s bezogenen Kenngrößen f/s , v/s , z_f/s , C_F/s und C_0/s zu erhalten. Diese Darstellung würde das Verhalten der Kenngrößen veranschaulichen, wenn man die Spaltbreiten konstant hält und den Bohrungsdurchmesser variiert. Wenn wir dies etwa für die Öffnungsfehlerkonstante durchführen (Abb. 8), erhalten wir jetzt Asymptoten mit den Steigerungen +1 und -1, während wir vorher, als wir auf den Bohrungsdurchmesser bezogen, für $s/b \rightarrow 0$ horizontale und für $s/b \rightarrow \infty$ Asymptoten mit der Steigerung +2 erhielten (s. Anhang). Wenn wir also etwa bei $U=100$ kV und $I=5000$ Amp wegen der Sättigung den Spalt nicht enger als 3 mm machen wollen (dann wird $\mu_0 I/s=20900$ Gß $< M_s=23700$ Gß) und denjenigen Bohrungsdurchmesser suchen, für welchen wir die kleinste Öffnungsfehlerkonstante erhalten, so finden wir aus Abb. 8 mit $U^*=109,8$ kV und $I^2/U^*=227$ Amp²/V, daß wir bei $s/b=1,5$ ein Minimum haben, für welches $C_0/s=0,32$, also $C_0=0,96$ mm wird. Wir müßten also, um diesen Wert zu erzielen, $b=2$ mm wählen. Dem Einwand, daß bei einem so geringen Bohrungsdurchmesser die Objektzuführung durch die Bohrung erheblich erschwert würde, ließe sich entgegenstellen, daß in diesem Fall eine Objektzuführung durch den Spalt denkbar wäre; die Bedingung dafür, daß dies möglich ist, lautet nämlich

$$z_f/s < 0,5 \quad (6)$$

Für unser Beispiel entnimmt man aber Abb. 4, daß $z_f/b = 0,25$, also $z_f/s = 0,167$, d. h. viel kleiner als 0,5 ist, so daß für das Objekt genügend Platz im Spalt wäre.

Aus dem Wert von C_O können wir auch die Auflösungsgrenze bestimmen [9] nach

$$\delta = C_1 \lambda \sqrt[4]{\frac{C_O}{\lambda}}. \quad (7)$$

Eine hinreichende Begründung dieser Gleichung sowie der Wert $C_1 = 0,78$ wurde von GLASER auf wellenmechanischer Grundlage gegeben [10]. Der zu $U = 100$ kV gehörige Wert der Elektronenwellenlänge beträgt $\lambda = 3,70 \cdot 10^{-10}$ cm. Damit wird $\delta = 3,7$ Å.

Für einen Objektivpolschuh, in welchem die Objektführung in der üblichen Weise [8] durch die Bohrung geschieht, würden wir bei $U = 60$ kV, $I = 3200$ Amp und $b = 4$ mm die Spaltweite $s = 2$ mm wählen können. Wir entnehmen dann Abb. 2–6, daß $f = 1,6$ mm, $z_f = 1,08$ mm, $C_F = 1,22$ mm und $C_O = 1,22$ mm wird, was einer Auflösungsgrenze von $\delta = 4,8$ Å entspricht.

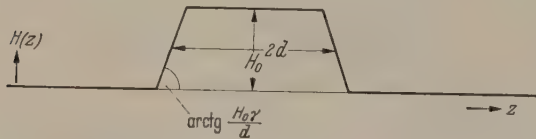


Abb. 9. Näherungsansatz zur Berechnung der Öffnungsfehlerkonstanten für $s \gg b$.

Zusammenfassung.

Unter Verwendung von Ergebnissen früherer Arbeiten wurden die Zahlenwerte der optischen Kenngrößen magnetischer Elektronenlinsen in Abhängigkeit von Polschuhabmessungen und Betriebsdaten berechnet und in Kurventafeln wiedergegeben. Für die Brennweite wurden die berechneten Ergebnisse mit aus der Literatur bekannten Meßergebnissen verglichen; die gefundenen Abweichungen wurden diskutiert. In einem Anhang wurde das Verhalten der Öffnungsfehlerkonstanten für den Fall, daß die Spaltweite groß gegen den Bohrungsdurchmesser ist, näher untersucht.

Herrn Prof. v. BORRIES danke ich für viele Anregungen und Diskussionen.

Anhang.

Berechnung des asymptotischen Verhaltens der Öffnungsfehlerkonstante C_O für $s/b \rightarrow \infty$.

Für $s/b \rightarrow \infty$ geht die Feldverteilung in die Kastenkurve (4) über. Für diesen Grenzfall können wir das Integral für die Öffnungsfehlerkonstante [11]

$$C_O = \frac{e}{96 m U^*} \int_{-\infty}^{z_f} \left(\frac{2e}{m U^*} B^4 + 5 B'^2 - B B'' \right) y^4 dz \quad (8)$$

nicht direkt ausrechnen, weil B' bei $z = \pm s/2$ unendlich wird. Wir müssen daher zunächst mit endlichen Steigungen der Feldkurve rechnen und dürfen uns erst später im Grenzübergang der Kastenkurve nähern. Wir ersetzen in diesem Sinne den Feldverlauf zunächst durch eine „Kastenkurve mit endlich steilen Flanken“

$$H(z) = \begin{cases} 0 & \text{für } z < -d \left(1 + \frac{1}{2\gamma}\right), \\ H_0 \left(\frac{1}{2} + \gamma \left(1 + \frac{z}{d}\right) \right) & \text{für } -d \left(1 + \frac{1}{2\gamma}\right) < z < -d \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right), \\ H_0 & \text{für } -d \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) < z < d \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right), \\ H_0 \left(\frac{1}{2} + \gamma \left(1 - \frac{z}{d}\right) \right) & \text{für } d \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right) < z < d \left(1 + \frac{1}{2\gamma}\right), \\ 0 & \text{für } z > d \left(1 + \frac{1}{2\gamma}\right). \end{cases} \quad (9)$$

Die Steilheit der Flanken ist bei diesem in Abb. 9 dargestellten Ansatz gleich $H_0 \gamma / d$ gesetzt.

Den Achsenabstand der Bahnkurve können wir für den Feldverlauf (4) exakt berechnen [3]. Wir müssen zur Berechnung der Öffnungsfehlerkonstante diejenige Bahnkurve wählen, welche mit dem Achsenabstand f aus dem feldfreien Raum achsenparallel einfällt. Diese hat im Innern des Feldes die Gleichung

$$y = f \cos \frac{k}{d} (z + d), \quad (10)$$

k ist hierbei in der üblichen Weise [4] durch

$$k = \sqrt{\frac{e B_0^2 d^2}{8 m U^*}} \quad (11)$$

definiert. Es ist also eine zur Untersuchung des asymptotischen Verhaltens geeignete Näherung, wenn wir auf der linken Flanke der Feldkurve (9) $y = f$, auf der rechten $y = f \cos 2k$ und dazwischen $y = f \cos \frac{k}{d} (z + d)$ ansetzen. Für f ergibt sich für die Kastenkurve (4), [3]

$$f = \begin{cases} \frac{d}{k \sin 2k}, & \text{wenn } k < \frac{\pi}{4}, \\ \frac{d}{k}, & \text{wenn } k > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad (12)$$

Wir müssen hier und im folgenden zwei Fälle unterscheiden:

1. $k < \frac{\pi}{4}$, d. h. der Brennpunkt liegt außerhalb des Feldes,
2. $k > \frac{\pi}{4}$, d. h. der Brennpunkt liegt innerhalb des Feldes.

1. $k < \frac{\pi}{4}$.

Einsetzen der Näherung für y und (9) in (8) ergibt

$$C_O = A + B + C,$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist

$$A = \frac{e B_0^2 d^4}{96 m U^* k^4 \sin^4 2k} \times \\ \times \int_{-d \left(1 - \frac{1}{2\gamma}\right)}^{-d \left(1 + \frac{1}{2\gamma}\right)} \left[\frac{2e B_0^2}{m U^*} \left(\frac{1}{2} + \gamma \left(1 + \frac{z}{d}\right) \right)^4 + \frac{6 \gamma^2}{d^2} \right] dz,$$

$$B = \frac{e^2 B_0^4 d^4}{48 m^2 U^{*2} k^4 \sin^4 2k} \int_{-d(1-\frac{1}{2\gamma})}^{d(1-\frac{1}{2\gamma})} \cos^4 \frac{k}{d} (z+d) dz,$$

$$C = \frac{e B_0^2 d^4 \cos^4 2k}{96 m U^* k^4 \sin^4 2k} \times \\ \times \int_{d(1-\frac{1}{2\gamma})}^{d(1+\frac{1}{2\gamma})} \left[\frac{2e B_0^2}{m U^*} \left(\frac{1}{2} - \gamma \left(\frac{z}{d} - 1 \right) \right)^4 + \frac{6\gamma^2}{d^2} \right] dz.$$

Die Ausrechnung ergibt unter Berücksichtigung von (11)

$$A = \frac{4}{15} \frac{d}{\gamma \sin^4 2k} + \frac{\gamma d}{2k^2 \sin^4 2k},$$

$$B = \frac{d}{k \sin^4 2k} \left[k \left(1 - \frac{1}{2\gamma} \right) + \frac{1}{2} \sin k \left(2 - \frac{1}{2\gamma} \right) \cos k \left(2 - \frac{1}{2\gamma} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin \frac{k}{2\gamma} \cos \frac{k}{2\gamma} + \frac{1}{3} \sin k \left(2 - \frac{1}{2\gamma} \right) \cos^3 k \left(2 - \frac{1}{2\gamma} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \sin \frac{k}{2\gamma} \cos^3 \frac{k}{2\gamma} \right],$$

$$C = \frac{4}{15} \frac{d}{\gamma \operatorname{tg}^4 2k} + \frac{\gamma d}{2k^2 \operatorname{tg}^4 2k}.$$

Da wir das asymptotische Verhalten für $\gamma \rightarrow \infty$ untersuchen wollen, berücksichtigen wir nur diejenigen Glieder, welche γ im Zähler enthalten. Dann wird

$$\frac{C_0}{d} = \frac{\gamma}{2k^2} \left(\frac{1}{\sin^4 2k} + \frac{1}{\operatorname{tg}^4 2k} \right) \quad \text{für } k < \frac{\pi}{4}. \quad (13)$$

2. $k > \pi/4$.

In diesem Fall ist $f = d/k$. Außerdem ist die Integration jetzt nur noch bis $z_f = d \left(\frac{\pi}{2k} - 1 \right)$ zu erstrecken. Es wird also

$$C_0 = \frac{e f^4}{96 m U^*} \int_{-d(1+\frac{1}{2\gamma})}^{-d(1-\frac{1}{2\gamma})} \left[\frac{2e B_0^4}{m U^*} \left(\frac{1}{2} + \gamma \left(1 + \frac{z}{d} \right) \right)^4 + \right. \\ \left. + 6 \left(\frac{\gamma B_0}{d} \right)^2 \right] dz + \frac{e^2 f^4 B_0^4}{48 m^2 U^{*2}} \times \\ \times \int_{-d(1-\frac{1}{2\gamma})}^{d(\frac{\pi}{2k}-1)} \cos^4 \frac{k}{d} (z+d) dz \\ = \frac{4d}{15\gamma} + \frac{\gamma d}{2k^2} + \frac{d}{k} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{k}{4\gamma} - \frac{1}{2} \sin \frac{k}{2\gamma} \cos \frac{k}{2\gamma} - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \sin \frac{k}{2\gamma} \cos^3 \frac{k}{2\gamma} \right).$$

Wenn wir auch hier nur das Glied, das den Faktor γ im Zähler enthält, berücksichtigen, ergibt sich

$$\frac{C_0}{d} = \frac{\gamma}{2k^2} \quad \text{für } k > \frac{\pi}{4}. \quad (14)$$

Wir wissen, daß die Feldkurve für $s/b \rightarrow \infty$ sich dem Grenzfall der Kastenkurve (4) nähert. Für große s/b wird also die Kastenkurve mit schrägen

Flanken (9) mit geeignet zu wählendem großen γ eine gute Näherung sein. Wir wollen γ so wählen, daß Feldkurve und Näherung an der Stelle $z = d$ die gleiche Steilheit $\gamma H_0/d$ haben. Die Steigung der wirklichen Feldkurve für $z = d$ können wir aber aus der (für $s/b \rightarrow \infty$ guten) Näherung [5], [1]

$$H(z) = \frac{2I}{\pi s} \int_0^\infty \frac{\sin \frac{st}{b} \cos \frac{2tz}{b}}{t J_0(it)} dt \quad (15)$$

berechnen. Differenziert man nämlich (15) nach z und setzt dann $z = d$ und, was bei der Untersuchung des asymptotischen Verhaltens erlaubt ist, $s = 2d$, so erhält man

$$H'(0, d) = \frac{4I}{\pi s b} \int_0^\infty \frac{\sin^2 \left(\frac{st}{b} \right)}{J_0(it)} dt. \quad (16)$$

Für $s/b \rightarrow \infty$ wird dies zu

$$H'(0, d) = \frac{2I}{\pi s b} \int_0^\infty \frac{dt}{J_0(it)}. \quad (17)$$

Das Integral hat den festen Wert $D = 2,085$. Es wird also

$$\frac{H_0 \gamma}{d} = \frac{2I}{\pi b s} \cdot D. \quad (18)$$

Nun ist für (4) ebenso wie für (9) $H_0 \cdot 2d = I$, so daß wir erhalten

$$\gamma = \frac{s}{\pi b} D. \quad (19)$$

Es ergibt sich also endgültig

$$\frac{C_0}{d} = \begin{cases} \frac{sD}{2\pi b k^2} \left(\frac{1}{\sin^4 2k} + \frac{1}{\operatorname{tg}^4 2k} \right) & \text{für } k < \frac{\pi}{4}; \\ \frac{sD}{2\pi b k^2} & \text{für } k > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (20)$$

oder, wenn man auf den Bohrungsdurchmesser b bezieht,

$$\frac{C_0}{b} = \begin{cases} \frac{D}{4\pi k^2} \left(\frac{1}{\sin^4 2k} + \frac{1}{\operatorname{tg}^4 2k} \right) \left(\frac{s}{b} \right)^2 & \text{für } k < \frac{\pi}{4} \\ \frac{D}{4\pi k^2} \left(\frac{s}{b} \right)^2 & \text{für } k > \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (21)$$

In doppelt logarithmischer Darstellung der auf b bezogenen Öffnungsfehlerkonstante über der Abszisse s/b erhalten wir also für $s/b \rightarrow \infty$ Asymptoten mit der Steigung $+2$.

Literatur. [1] LENZ, F.: Optik (im Druck). — [2] GLASER, W.: ZAMP (im Druck). — [3] LENZ, F.: Z. angew. Phys. **2**, 337 (1950). — [4] GLASER, W.: Z. Physik **117**, 285 (1941). — [5] BERTRAM, S.: Proc. Inst. Radio Engrs., N. Y. **28**, 418 (1940). — J. appl. Phys. **13**, 496 (1942). — [6] GRAY, F.: Bell. Syst. techn. J. **18**, 1 (1939). — [7] MENTS, M. v., and J. B. LE POOLE: Appl. Sci. Res. **1**, 3 (1947). — [8] RUSKA, E.: Arch. Elektrotechn. **38**, 102 (1944). — [9] REBSCH, R.: Ann. Phys. **31**, 551 (1938). — [10] GLASER, W.: Acta phys. Austr. **3**, 38 (1949). — [11] GLASER, W.: Z. Physik **116**, 19 (1940).

Dipl.-Physiker FR. LENZ, (22a) Düsseldorf,
Institut für Übermikroskopie, August-Thyssen-Straße 1.

Zur Strahlungsmessung mittels Thermoelementen und hochempfindlicher Photozellenkompensation.

Von W. LEO und W. HÜBNER, Weida in Thüringen.

(Mitteilung aus dem Deutschen Amt für Maß und Gewicht.)

Mit 10 Textabbildungen.

(Eingegangen am 20. Juni 1950.)

A. Überblick über die bisherigen Meßverfahren.

Für viele Zwecke der Strahlungsmessung ist die Verwendung unselektiver Strahlungsempfänger (Thermosäulen, Thermoelemente oder Bolometer) nicht zu umgehen, obwohl die Unselektivität ihre Empfindlichkeit begrenzt und sie z. B. den Photozellen in bestimmten Spektralbereichen unterlegen macht [1], [2]. Trotzdem sind in allen denjenigen Fällen, wo es sich um quantitative Messungen im Strahlungsfeld — insbesondere im Gebiet größerer Wellenlängen — handelt, die thermischen Empfänger nicht zu entbehren. Sie zeichnen sich dadurch aus, daß sie bei hinreichender Schwärzung ihrer Empfangsfläche unmittelbaren energetischen Vergleich von Strahlungsflüssen beliebig verschiedener Wellenlängen gestatten und praktisch in jedem Spektralgebiet verwendet werden können.

Unter den thermischen Strahlungsempfängern finden in neuerer Zeit die *Bolometer* bevorzugt Verwendung, besonders dort, wo hohe Einstellgeschwindigkeit des Meßsystems gefordert werden muß. Das Prinzip des Bolometers bringt es dabei mit sich, daß mit der erhöhten Einstellgeschwindigkeit gewöhnlich auch der Rauschpegel der Anordnung wächst, der seinerseits wieder die Meßgrenze bestimmt, bis zu der mit dem gegebenen Instrument Strahlungsmessungen möglich sind. Für moderne Bolometer liegt diese Grenze bei etwa $2 \text{ bis } 3 \cdot 10^{-8} \text{ W}$ absorbiertener Strahlungsleistung für Bestrahlung mit etwa 30 Hz Lichtwechselfrequenz [3]. Will man noch kleinere Strahlungsbeträge erfassen, wie es z. B. besonders bei spektralen Strahlungsmessungen häufig der Fall ist, wo infolge der Zerlegung in enge Wellenlängenbereiche meist nur sehr geringe Energie zur Verfügung steht, so reichen hierfür häufig die Bolometer nicht aus. Man muß dann auf die extrem kurzen Einstellzeiten verzichten und zu Messungen bei Gleichheit übergehen, bei denen sich nach wie vor die Strahlungsthermoelemente als die leistungsfähigsten Empfänger bewähren [4].

Allerdings sind die von ihnen gelieferten Thermokräfte im allgemeinen außerordentlich gering. Die besten neueren Strahlungsthermoelemente erzeugen z. B. je μW absorbiertener Strahlung nur etwa 20 bis 50 μV Thermospannung [3]. Da ihre Empfangsfläche gewöhnlich nur etwa 0,4 bis 0,6 mm^2 groß ist, um die Wärmekapazität des Empfängerfadens und damit seine Einstellzeit möglichst gering zu halten, so ist am Empfangsort eine Bestrahlungsstärke von etwa 5 bis 7 $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ erforderlich, um eine Thermokraft von 1 μV zu erzielen. Die Grenze der Meßmöglichkeit, die durch den Störpegel der spontanen Wärmeschwankungen gegeben ist [2], [5], liegt bei etwa $5 \cdot 10^{-11} \text{ W}$ absorbiertener Strahlungsleistung (entsprechend einer Mindestbestrahlungsstärke von rund 0,01 $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ am Empfangsort), die an einem guten Strahlungsthermoelement Thermospannungen der Größenordnung 0,001 μV erzeugt.

Die Messung so kleiner Thermokräfte ist bisher nur unter erheblichem meßtechnischem Aufwand mit höchstempfindlichen Spiegelgalvanometern möglich. Selbst bei Strahlungsfeldern von etwa $1 \mu\text{W}/\text{cm}^2$, wie sie bei Spektralmessungen an Doppelmonochromatoren normalerweise zur Verfügung stehen, ist die galvanometrische Messung der erreichbaren Thermospannungen von etwa Zehntel μV in vielen Fällen mühsam und zeitraubend. Es besteht daher seit längerer Zeit das Bestreben, die Meßmethodik mit thermischen Strahlungsempfängern zu verbessern, um das Arbeiten mit Meßgalvanometern nach Möglichkeit entbehrlich zu machen und eine Anzeige auch schwacher Thermospannungen mit relativ robusten Instrumenten zu erreichen. Eine solche Anzeigeverstärkung ist schon deswegen erwünscht, weil damit eine direkte Aufzeichnung von Strahlungskurven mit Registrierinstrumenten erzielbar wäre, die bisher mit thermischen Empfängern nur bedingt möglich war [6]. Die Verbesserung der Meßmethodik muß sich dabei im wesentlichen auf den elektrischen Teil der Messung erstrecken, da die Empfindlichkeit der Empfänger selbst sich aus thermodynamischen Gründen nicht mehr wesentlich steigern läßt [7], wenigstens dann nicht, wenn man nicht die erhebliche meßtechnische Komplikation einer Tiefkühlung des Empfängers in Kauf nehmen will.

Es handelt sich also im wesentlichen um das Problem einer wirksamen, technisch einfachen und dabei betriebssicheren „Verstärkung“ schwacher Thermospannungen. Die Bemühungen um dieses Problem gehen schon längere Zeit zurück, fanden aber zunächst keine ganz befriedigende Lösung. Einer normalen Röhrenverstärkung, wie man sie bei Photozellen und in gewissem Umfang auch bei Bolometern [6] verwenden kann, steht bei den Thermoelementen einerseits ihre geringe Einstellgeschwindigkeit im Wege, die selbst bei besten Geräten dieser Art nicht über etwa 0,1 sec Einstellzeit gebracht werden kann [3] und dadurch die Anwendung von Wechselstrommethoden normaler Frequenz verhindert, andererseits ihr niedriger Innenwiderstand, der eine wirksame Übertragung der ohnehin äußerst geringen Empfängerleistung auf einen Verstärkereingang sehr schwierig macht. Auch eine Gleichstromverstärkung führt aus dem letztgenannten Grunde gewöhnlich nicht zum Ziel.

Man hat deshalb auf verschiedenen Wegen nach Abhilfe gesucht, um kleine Gleichspannungen hinreichend genau zu einer proportional verstärkten Anzeige zu bringen. Die z. B. von SELL [8] für derartige Zwecke entwickelte Bolometerverstärkung kleiner Zeigerbewegungen läßt sich nur bis zu einem Empfindlichkeitsbereich von einigen mV verwenden, reicht also für die wesentlich kleineren Thermokräfte bei Strahlungsmessungen nicht aus. Auch die vielfachen Bemühungen, die zu messenden Thermospannungen durch rotierende Unterbrecher in Wechselspannung

umzuformen und durch geeignete Übertrager an normale Wechselstromverstärker anzupassen, haben, soviel bisher bekannt geworden, nicht zum gewünschten Erfolg geführt, da die periodische Unterbrechung schwacher Thermostrome mit mechanischen Kontakten unvermeidliche Schwierigkeiten und Störungen mit sich bringt. — Interessant ist ein neues, von RUST und ENDESFELDER [9] angegebenes Verfahren, die zu messende kleine Gleichspannung als Speisespannung auf ein mit konstanter Frequenz und Amplitude beschalltes Kohlemikrophon zu geben, wobei an einem Arbeitswiderstand im Mikrophonkreis eine Wechselspannung entsteht, deren Amplitude der angelegten Gleichspannung in weiten Grenzen proportional ist. Die Wechselspannung kann dann in üblicher Weise verstärkt und als Gleichspannungsanzeige benutzt werden. Diese Methode eröffnet eine Reihe neuer Möglichkeiten, auch für Strahlungsmessungen. Sie scheint bisher bis zu Empfindlichkeiten von einigen μV brauchbar zu sein, findet aber ihre Meßgrenze vorläufig am Rauschpegel des zu verwendenden Mikrophons.

Als aussichtsreichste und verhältnismäßig einfachste Methode zur proportionalen Verstärkung und Anzeige sehr kleiner Spannungen hat sich bisher die selbsttätige lichtelektrische Kompensation erwiesen, wie sie von MERZ [10], GEYGER [11], KUNTZE [12] u. a. [13], [14] in den letzten Jahren mit Erfolg in die elektrische Meßtechnik eingeführt worden ist. Sie beruht im Prinzip darauf, daß die zu messende kleine Spannung E_x an einem niedrigen Abfallwiderstand R_n in einer Schaltung nach LINDECK-ROTHE [15] durch einen regelbaren Meßstrom I_a kompensiert wird (Abb. 1), wobei die Einstellung dieses Meßstroms durch eine selbsttätige Photozellensteuerung bewirkt wird. Der Strom I_a ist dann jeweils proportional der zu messenden Spannung E_x und zwar ist er um so größer, je kleiner R_n gewählt wird. Durch geeignete Bemessung des Abfallwiderstandes R_n kann daher erreicht werden, daß der als Meßgröße dienende Strom hinreichend groß wird, um relativ grobe Anzeigeeinstrumente oder sogar registrierende Meßgeräte zu betätigen. Man hat es also hier nicht mit einer Verstärkung im üblichen Sinn zu tun, sondern mit dem Kunstgriff einer Kompensation kleiner Spannungen mittels gleichgroßen Spannungsabfalls, der mit relativ großen Strömen erzielt wird.

Derartige selbsttätige Kompensatoren erweisen sich als geeignet zur Messung kleiner Strahlungsbeträge mittels thermischer Empfänger. Sie besitzen gerade diejenigen Eigenschaften, die für diesen Zweck erwünscht sind, nämlich einen niedrigen Eingangswiderstand, der ihre günstige Anpassung an Thermosäulen oder Strahlungsthermoelemente ermöglicht, sowie eine Stromanzeige, die der zu messenden Thermospannung praktisch stets proportional ist. Gegenüber galvanometrischer Messung besteht außerdem der wesentliche Vorteil, daß die Thermospannung jeweils im stromlosen Zustand des Empfängers bestimmt wird.

Bereits in den letzten Kriegsjahren waren diese selbsttätigen Kompensatoren mit Photozellensteuerung soweit entwickelt, daß sie auf Meßspannungen von wenigen μV ansprachen. Eine Ausführungsform von Siemens & Halske nach MERZ [11], [14], [16] mit einem Spannband-Drehspulmeßwerk als Steuergal-

vanometer und zwei Photozellen als Steuerorganen lieferte bei einem empfindlichsten Meßbereich von 0 bis $30\ \mu\text{V}$ Ausgangsströme von 0 bis 5 mA, mit denen normale Tintenschreiber betätigt werden konnten. Ein solches Gerät wurde schon 1943/44 in der damaligen Physikalisch-Technischen Reichsanstalt dazu benutzt, um Strahlungsgrößen am Ausgang eines Doppelmonochromators mit Strahlungsthermoelementen registrierend aufzuzeichnen. Auf diesem Wege war es möglich, spektrale Strahlungsverteilungen in kontinuierlichen und Linienspektren, Absorptionsverläufe von Filtergläsern und dergleichen unmittelbar als Registrierkurven zu erhalten und dadurch zahlreiche Meßvorgänge wesentlich zu verbessern und zu vereinfachen. Die mit dieser Meßeinrichtung gewonnenen Ergebnisse waren durchaus ermutigend, besonders hinsichtlich der überraschend guten Reproduzierbarkeit der Meßwerte bzw. der Registrierkurven.

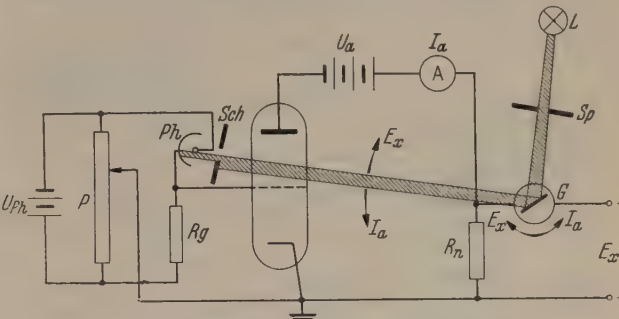


Abb. 1. Prinzipschaltung eines Photozellenkompensators.

Es zeigte sich allerdings bald, daß die Empfindlichkeit dieser Geräte für viele Zwecke der Strahlungsmessung noch nicht voll ausreichte. Insbesondere bei spektraler Zerlegung mit engen Spalten ist der verfügbare, nahezu monochromatische Strahlungsfluß gewöhnlich so klein, daß man es oft nur mit Thermospannungen von einigen Zehntel μV und darunter zu tun hat, die bereits an der Meßgrenze des oben genannten lichtelektrischen Kompensators liegen.

Es erschien daher wünschenswert, das Verfahren nach Möglichkeit noch weiter in seiner Empfindlichkeit zu steigern und damit den besonderen Erfordernissen der thermischen Strahlungsmessung anzupassen. Die Verf. haben deshalb, von den bis dahin bekannten Regelschaltungen dieser Art ausgehend, das Zusammenwirken der einzelnen Steuerorgane und deren günstigste Arbeitsbereiche näher untersucht und daraus eine Reihe von Verbesserungen abgeleitet, durch die eine erhebliche Empfindlichkeitssteigerung bei guter Reproduzierbarkeit der Meßwerte erreicht werden konnte¹. Es gelang auf diesem Wege, eine selbstkompensierende Meßeinrichtung zu schaffen, mit der Spannungen bis herab zu etwa $0,1\ \mu\text{V}$, entsprechend Strahlungsbeträgen von $1/1000\ \mu\text{W}$, entweder mit einfachem Drehspulinstrument zur Anzeige gebracht oder mit einem Drehspul-Linienschreiber unmittelbar aufgezeichnet werden können. Meßanordnungen dieser Art können in entsprechender Weise natürlich auch zur Messung und Registrierung anderer kleiner Spannungen dieser Größenordnung verwendet werden.

¹ Nähere Einzelheiten über die elektrischen Eigenschaften des neuen Geräts siehe in der gleichzeitig erscheinenden Arbeit von W. HÜBNER [19].

B. Beschreibung des Geräts.

1. Allgemeines.

Bei der Konstruktion dieser selbstkompensierenden Meßeinrichtung sind wir im wesentlichen von den bereits vorliegenden grundsätzlichen Untersuchungen von MERZ [17] und den Erfahrungen mit dem erwähnten Siemensgerät ausgegangen. Wir verwenden daher ebenfalls eine Röhrenschialtung mit Steuerung durch zwei hintereinanderliegende Photozellen, zwischen denen an einem Abgriff das Gitter der Röhre liegt. Diese Bauart hat sich durchaus bewährt, weil sich hier infolge der Spannungsteilung an den beiden Zellen etwaige Lichtschwankungen der Galvanometerlampe in geringerem Maß auf die Kompensation auswirken als bei der Prinzipschaltung mit nur einer Zelle (Abb. 1). Die Einstellung wird daher ruhiger und sicherer [16],

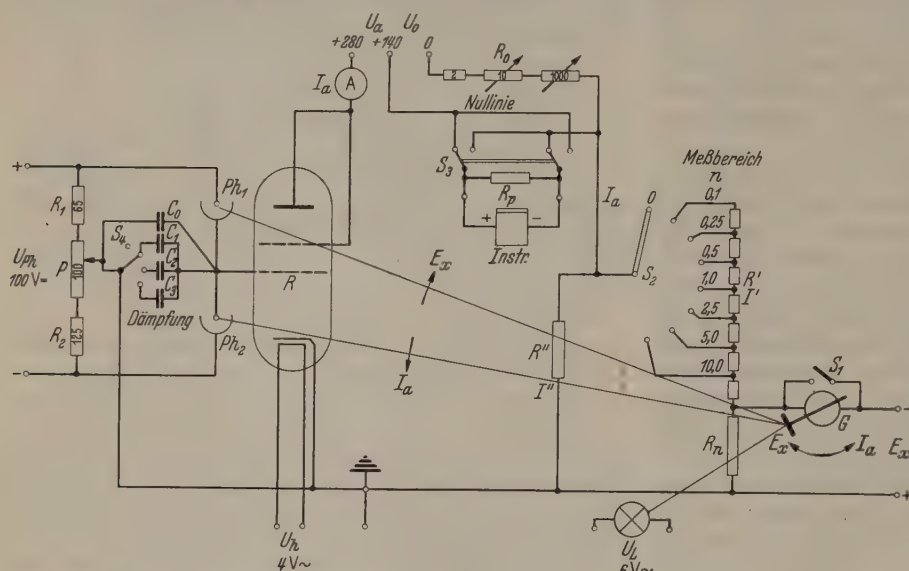


Abb. 2. Vollständiges Schaltbild des Photozellenkompensators.

überdies gewinnt man durch die doppelt wirkende Zellensteuerung noch an Empfindlichkeit. Das Steuer-galvanometer muß so eingestellt sein, daß in seiner Ruhelage bei Meßspannung Null beide Zellen über eine Lichtteilung annähernd gleich stark belichtet werden. Bei Auslenkung des Galvanometers wird dann auf der einen Zelle die Belichtung größer, auf der anderen entsprechend geringer.

2. Der Meßkreis.

Das Schema der Gesamtschaltung, zu der wir nach verschiedenen Versuchen und Abänderungen gelangt sind, ist in Abb. 2 dargestellt. Die zu messende Thermospannung liegt an den Eingangsklemmen E_x des Meßkreises, in dem hintereinander das Steuergalvanometer G und der kleine konstante Widerstand R_n liegen. Als Steuerinstrument dient ein Spannbandmeßwerk, wie es in Lichtmarkengalvanometern Verwendung findet, mit einer Einstellzeit von 2 sec und einer Spannungsempfindlichkeit von $2,6 \mu\text{V/mm}$ bei einer wirksamen Lichtzeigerlänge von rund 500 mm. Der Systemwiderstand des Instruments von etwa 25Ω ist auf den Eigenwiderstand der üblichen Strahlungsthermoelemente nach Möglichkeit angepaßt. Die relativ geringe Empfindlichkeit des Systems reicht, wie die Versuche ergaben, zur betriebssicheren Kompensationseinstellung noch bei Spannungen unter

$0,1 \mu\text{V}$ aus, obwohl die Drehbewegungen des Galvanometerspiegels dann nur noch wenige Bogensekunden ausmachen. Die lichtelektrisch gesteuerte Kompensation ersetzt also tatsächlich ein wesentlich empfindlicheres und dementsprechend labiler zu handhabendes Meßgalvanometer. Allerdings muß bei empfindlichen Messungen für möglichst erschütterungsfreie Aufstellung des Geräts gesorgt werden; die Selbstkompensation der Anordnung wirkt ihrerseits im Sinne einer ständigen Selbststabilisierung. — Zum Transport kann das Galvanometer G über einen Schalter S_1 kurzgeschlossen werden.

3. Spannungsteilung zwischen Röhrenkreis und Meßkreis.

Die Aufgabe des Spiegelgalvanometers G besteht darin, den Anodenstrom der Regelröhre R so zu steuern, daß die am Widerstand R_n abfallende Spannung stets gleich der Meßspannung E_x ist und der Meßkreis damit stromlos wird. Wenn diese Kompensation mit tunlichst großen Anodenströmen erfolgen soll, die zur Betätigung von robusten Anzeige- oder Registriergeräten ausreichen, so muß R_n um so kleiner gewählt werden, je kleinere Spannungen E_x man mit der Anordnung noch messen will. Bei den bisherigen Kompensatoren dieser Art lag R_n unmittelbar im Anodenkreis der Regelröhre; wenn man mit dem Anodenstrom Anzeige- oder Registrierinstrumente mit 5 mA Stromverbrauch für Vollausschlag betätigen wollte, so

durfte im empfindlichsten Meßbereich von $30 \mu\text{V}$ (s. S. 455) der Kompensationswiderstand R_n nur $0,006 \Omega$ betragen. Widerstände dieser Größe sind bereits schwierig herzustellen; noch schwieriger ist es, ihre Konstanz in einem technischen Meßgerät dauernd aufrechtzuerhalten und gegen die unvermeidlichen Übergangswiderstände der Zuleitungen usw. zu sichern. Sobald man zu noch empfindlicheren Meßbereichen übergehen oder kräftigere Anzeigestrome im Anodenkreis erzielen will, wären noch weit kleinere Werte des Widerstandes R_n erforderlich, die praktisch nicht mehr zu verwirklichen sind.

Wir haben deshalb eine abgeänderte Schaltungsart gewählt, bei der diese Nachteile vermieden werden. Der eigentliche Kompensationswiderstand R_n hat in dem neuen Gerät eine konstante Größe von $0,1 \Omega$, die sich technisch noch gut beherrschen läßt. Er bildet einen Teil eines stufenweise regelbaren Spannungsteilers R' (Abb. 2), der als ganzes einem konstanten 10Ω -Abfallwiderstand R'' im Röhrenkreis parallel liegt. Dadurch wird erreicht, daß je nach Einstellung des Empfindlichkeitsreglers S_2 nur ein bestimmter Teilstrom I' durch R_n fließt und zwar nach Wahl $1/10$, $1/20$, $1/40$, $1/100$, $1/200$, $1/400$ oder $1/1000$ des Röhrenstroms I_a . Auf diese Weise wird bei gegebenem Röhrenstrom I_a auch der Spannungsabfall $I'R_n$ um den entsprechenden Zahlenfaktor kleiner, d. h. man kann bei ver-

nünftiger Größe des Kompensationswiderstandes ohne weiteres noch sehr kleine Spannungsbereiche erfassen, die bei direkter Kompensation im Anodenkreis der Röhre nicht mehr meßbar wären. Andererseits kann für jeden Meßbereich das Spannungsteilverhältnis so gewählt werden, daß die Kompensation mit einem Anodenstrom gewünschter Größe erfolgt. Man kann also den kompensierenden Röhrenstrom hinreichend groß machen, um auch Anzeige- oder Registrierinstrumente mit höherem Stromverbrauch, d. h. mit günstigerer Einstellkraft und Ansprechgeschwindigkeit zu verwenden als bei der früheren Schaltung.

Gleichzeitig ergibt sich noch der wesentliche technische Vorteil, daß beim Übergang von einem Empfindlichkeitsbereich zum anderen nicht mehr, wie bei den früheren Geräten, die Kompensationswiderstände ausgewechselt werden müssen. Denn gerade bei sehr kleinen Widerständen macht in diesem Fall die sichere Kontaktgebung erhebliche Schwierigkeiten. Bei der Schaltung nach Abb. 2 bleibt der Kompensationswiderstand R_n dauernd konstant und kann innerhalb der Schaltung fest verlötet werden, wodurch Meßfehler durch Übergangswiderstände usw. weitgehend ausgeschaltet werden. Die Meßbereichumschaltung erfolgt durch einfachen Kurbelkontakt, dessen etwaige Übergangswiderstände auf die Genauigkeit der Kompensation im Meßkreis praktisch keinen Einfluß haben. Auch der Gesamtwiderstand im Anodenkreis der Röhre bleibt bei dieser Schaltung in allen Meßbereichen nahezu konstant, wie die nachstehende Zahlentabelle zeigt. Die gewählten Widerstandsgrößen gestatten eine Änderung der Meßempfindlichkeit des Geräts im Verhältnis 1 : 100 in 7 Stufen.

Tabelle 1. Widerstandsstufen, Teilströme und Spannungsmessbereiche bei 25 mA Anodenstrom und 0,1 Ω Kompensationswiderstand.

Stufe des Reglers S_1	Widerstand des Spannungsteilers R' Ω	Gesamtwiderstand W im Anodenkreis Ω	Teilstrom I' im Kompensationswiderstand R_n mA	Spannungsmessbereich μV
1	9990	9,990	0,025	0 bis 2,5
2	3990	9,975	0,0625	0 bis 6,25
3	1990	9,950	0,125	0 bis 12,5
4	990	9,900	0,250	0 bis 25
5	390	9,750	0,625	0 bis 62,5
6	190	9,500	1,25	0 bis 125
7	90	9,000	2,50	0 bis 250

4. Der gesteuerte Röhrenkreis.

Der Regelkreis, der den zur Kompensation der Meßspannung E_x erforderlichen Spannungsabfall erzeugt, besteht im wesentlichen aus einer als Triode verwendeten Vierpolröhre (AL 4), einer stabilisierten Anodenspannungsquelle U_a von 140 V und dem erwähnten konstanten Abfallwiderstand R'' von 10 Ω . Der in diesem Kreis fließende Strom I_a wird von dem Milliampereometer A angezeigt und von dem Drehspulinenschreiber „Instr.“ fortlaufend registriert. Der Schreiber hat einen Systemwiderstand von etwa 3000 Ω und ist durch einen an seinen Klemmen liegenden Parallelwiderstand R_p von 410 Ω in seinem Meßbereich an den maximalen Röhrenstrom von 25 mA angepaßt. Dieser Widerstand bleibt auch bei abgeschaltetem Schreiber ständig im Stromkreis, so daß auch ohne Registrierung das Gerät mit Hilfe des Instruments A eingestellt werden kann.

Die beiden steuernden Photozellen Ph_1 und Ph_2 vom Typ Infram (Pressler) P 210 DS, zwischen denen

das Gitter der Röhre liegt, werden gemeinsam mit 100 V Betriebsspannung gespeist. Ihr Gitterpotential gegen die an Erde liegende Kathode der Röhre und damit deren Arbeitspunkt kann durch einen Abgriff am Spannungsteiler P geeignet eingestellt werden und zwar geschieht das normalerweise so, daß in Ruhelage des Steuergalvanometers G , wenn beide Photozellen annähernd gleich stark belichtet sind, der Anodenstrom der Röhre nahezu verschwindet (s. Abschnitt 6, S. 458). Die Belichtung der Zellen erfolgt über den Galvanometerspiegel von der Niedervoltlampe L (Abb. 3). Das von der Lampe kommende Lichtbündel

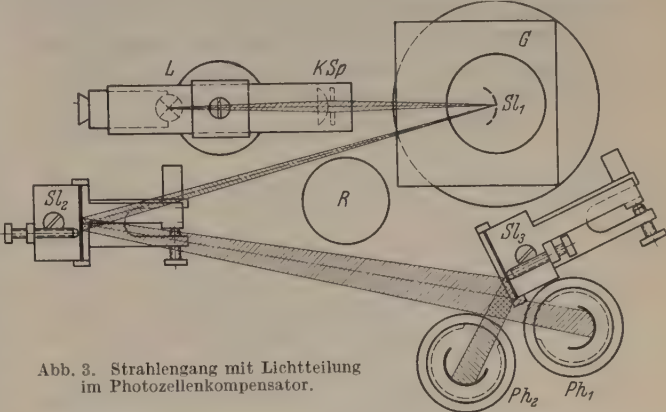


Abb. 3. Strahlengang mit Lichtteilung im Photozellenkompensator.

wird mit dem Kondensator K auf dem Galvanometer-spiegel konzentriert; dieser ist schwach konkav und bildet seinerseits den vor dem Kondensor befindlichen Spalt Sp über einen Umlenkspiegel Sl_2 in der Ebene des Lichtteilspiegels Sl_3 im Verhältnis 6,4 : 1 vergrößert

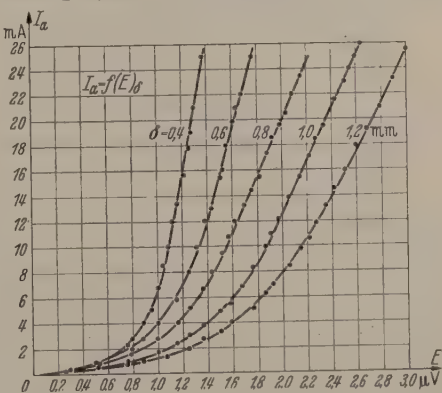


Abb. 4. Anodenstromkennlinien in Abhängigkeit von der Eingangsspannung E bei ausgeschalteter Kompensation (Stellung 0 des Schalters S_2 in Abb. 2) mit verschiedenen Breiten δ des Lichtspalts Sp in Abb. 3.

ab. In der Ruhelage, bei Meßspannung Null, liegt das Bündel so, daß es zur Hälfte an der Spiegelkante vorbei zur Zelle Ph_1 gelangt, während die andere Hälfte am Spiegel Sl_3 nochmals reflektiert wird und Ph_2 trifft. Bei jeder Drehung des Galvanometerspiegels verändert das Bündel seine Lage zur Spiegelkante von Sl_3 derart, daß die Belichtung der einen Zelle steigt, während die der anderen entsprechend abnimmt. Und zwar ist die relative Belichtungsänderung der beiden Zellen gegeneinander bei gegebener Galvanometerdrehung um so größer, je schmaler das Bild des Spalts Sp auf der Spiegelkante von Sl_3 ist. Man wählt also die Spaltbreite von Sp zweckmäßig so klein, daß die Anordnung möglichst empfindlich wird, ohne instabil zu werden. Als geeignet hat sich bei unseren Versuchen eine Spaltbreite von etwa 0,6 mm ergeben (s. Abb. 4).

5. Einfluß der Rückstellkraft des Steuergalvanometers, Grenzeempfindlichkeit.

Die selbsttätige Kompensation der Anordnung wäre streng richtig, wenn man ein praktisch richtkraft-freies Steuergalvanometer verwenden würde, das stets in derjenigen Lage stehenbliebe, in der es durch ge-nauen Abgleich von $I'R_n$ (s. Abschnitt 3, S. 456) gegen E_x stromlos wird. Ein solches Steuerinstrument (Kriechgalvanometer) würde jedoch überaus träge arbeiten. Für fortlaufende Registrierung von Span-nungskurven, bei der das Meßgerät jeder Spannungs-änderung spontan folgen muß, ist es daher günstiger ein Instrument normaler Einstellgeschwindigkeit zu wählen (Abschnitt 2, S. 456) und die geringen Ab-weichungen von der strengen Kompensation, die durch die Rückstellkraft des Instruments bedingt sind, in Kauf zu nehmen. Die Anordnung stellt sich dann

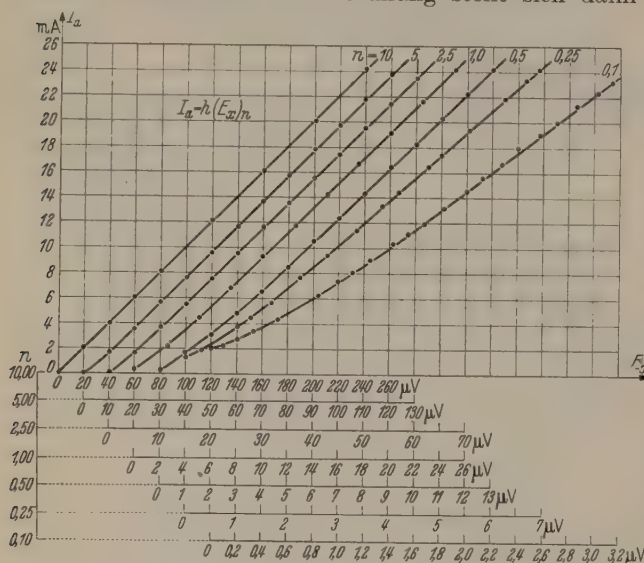


Abb. 5. Eichkurven des vollständigen Geräts beim Zusammenwirken von Meß- und Regelkreis: Anzeigestrom I_a in Abhängigkeit von der Meßspannung E_x in den einzelnen Meßbereichen.

nicht genau auf denjenigen Anzeigestrom I_a ein, bei dem der vom Teilstrom I' erzeugte Spannungsabfall $I'R_n = E_x$ ist, sondern auf einen etwas kleineren Stromwert $I_a - \Delta I_a$, bei dem $R_n \Delta I'$ dasjenige zu-sätzliche Drehmoment am Galvanometer hervorruft, das der jeweiligen Rückstellkraft im eingeregeltten Zu-stand gerade das Gleichgewicht hält [13]. Diese Ab-weichung von der strengen Kompensation macht sich in um so geringerem Maß bemerkbar, je größer die steuernde Spannung E_x gegen $\Delta I'R_n$ ist, d. h. in je größeren Meßbereichen man arbeitet. Aber auch in den empfindlicheren Bereichen bleibt die Strom-anzeige $I_a - \Delta I_a$ der Meßspannung proportional, lediglich mit einem gegen die ideale Kompensation $E_x = I'R_n$ geringfügig veränderten Faktor, der sich in einer schwachen Neigungsänderung der Anzeige-charakteristiken des Geräts in den verschiedenen Meßbereichen ausdrückt (Abb. 5) und der durch Ein-messung mit bekannten Eichspannungen bestimmt werden kann. Praktisch verlaufen, wie die Abb. 5 zeigt, alle Eichkurven in ihrem überwiegenden Teil völlig geradlinig; lediglich im empfindlichsten Meß-bereich (0 bis $2,5 \mu V$) tritt im unteren Teil eine Un-proportionalität auf, die durch die Krümmung der Röhrenkennlinie bedingt ist¹, aber auch diese kann

durch Eichung des Geräts miterfaßt und dadurch un-schädlich gemacht werden. Die Anordnung ist so stabil, daß praktisch noch bis herab zu etwa $0,1 \mu V$, also rund $1/25$ Ausschlag des empfindlichsten Meß-bereichs gemessen werden kann. Durch geeignete Wahl des Arbeitspunktes und Zugabe eines Hilfs-stroms (s. Abschnitt 6) im Schreiber können sehr kleine Spannungsänderungen stets in den mittleren geradlinigen Teil der Eichkurve des Geräts gelegt werden. Hier beträgt die Steilheit der Regelcharak-teristik im empfindlichsten Meßbereich $8 \text{ mA}/\mu V$. Bei Verwendung eines Linienschreibers mit 120 mm nutz-barer Schreibbreite bei Vollausschlag (25 mA) ent-spricht das also einer Anzeigeempfindlichkeit von etwa $40 \text{ mm}/\mu V$, d. h. jeder Millimeter Registrieraus-schlag gibt eine Spannungsdifferenz von $0,025 \mu V$ wieder. Damit leistet das Gerät bereits mehr als die bisherigen hochempfindlichen Spiegelgalvanometer. Mit guten thermischen Strahlungsempfängern können damit noch Strahlungsleistungen von etwa $1/1000 \mu W$ gemessen werden, man erreicht also bereits den durch die spontanen Wärmeschwankungen gegebenen Stör-pegel (vgl. S. 454). In diesem empfindlichsten Meß-bereich ist es deshalb auch erforderlich, für gute Temperaturkonstanz der gesamten Meßeinrichtung zu sorgen, da sich andernfalls geringfügige Thermo-spannungen an metallischen Kontaktstellen des Meß-kreises störend auf die Anzeige auswirken. Bei ein-wandfreien Bedingungen sind die Registrierkurven, die das Gerät liefert, auf weniger als $0,5\%$ des End-ausschlages reproduzierbar.

6. Zusatzeinrichtungen des Geräts.

Bei größeren Meßspannungen, d. h. in den un-empfindlicheren Meßbereichen, sind die am Galvano-meter auftretenden Steuerimpulse bereits so kräftig, daß infolge der empfindlichen Kopplung mit den Photozellen im Regelkreis unter Umständen Regel-schwingungen auftreten, die Meßanordnung also keine stabile Ruhelage erreicht. Es wäre naheliegend ge-wesen, diese Schwingneigung durch eine stärkere Dämpfung des Steuergalvanometers zu beheben. Eine solche zusätzliche Dämpfung hätte jedoch die Emp-findlichkeit des ganzen Systems in unerwünschter Weise herabgesetzt. Um das zu vermeiden, haben wir statt dessen zwischen Steuergitter und Kathode der Regelröhre Kapazitäten von $0,003$ bis $0,026 \mu F$ ge-legt, die mittels des Stufenschalters S_4 (Abb. 2) wahl-weise eingeschaltet werden können. Die einstellbare Veränderung der Zeitkonstante des Röhrenkreises genügt, um in allen Meßbereichen nahezu aperi-odische Einstellung zu erreichen und das Auftreten von Regelschwingungen zu verhindern (vgl. Abb. 6).

Zur Kompensation eines gewöhnlich vorhandenen kleinen Ruhestroms I_a der Röhre bei Meßspannung $E_x = 0$ ist eine Hilfsspannung U_0 vorgesehen, deren Strom bei normaler Polung des Schreibers „Instr.“ (Abb. 2) dem Anodenstrom I_a der Röhre entgegen-läuft und mittels der Regelwiderstände R_0 nach Be-darf eingestellt werden kann. Wird der Schreiber mit S_3 umgepolt und der Kompensationsstrom größer gemacht als der Anodenruhestrom, so erzeugen positive Impulse des Anodenstroms negative Ausschläge am Schreiber. Das kann dazu benutzt werden, die Null-linie der Registrierkurve in einen beliebigen Aus-schlagbereich des Schreibers zu legen. Man kann sie

¹ Siehe Fußnote S. 455.

z. B. für die Meßspannung $E_x=0$ auf Endausschlag des Schreibers bringen. Da in dieser Polrichtung einer *Zunahme* des Anodenstroms eine *Verringerung* des Ausschlages entspricht, können somit auf einem Schreibstreifen nacheinander zwei spiegelbildliche Registrierkurven mit entgegengesetzter Ausschlagrichtung aufgenommen werden. (Als Beispiel Abb.7). Solche Möglichkeit der Umkehrung der Schreibrichtung und der beliebigen Einstellung der Nulllinie der Registrierung erweist sich im praktischen Betrieb oft als wertvoll, z. B. wenn zum Vergleich mehrere Meßkurven auf dem gleichen Registrierstreifen aufgenommen werden sollen. Durch geeignete Einstellung des Arbeitspunkts der Röhre mit dem Potentiometerabgriff P kann im Bedarfsfall der Nullpunkt der Kurve auch aus dem Registrierbereich des Schreibers hinaus verlegt werden, was z. B. vorteilhaft ist, um kleine Spannungsunterschiede mit erhöhter Empfindlichkeit zur Anzeige zu bringen und dergleichen (s. Abschnitt 5, S. 458).

7. Stromversorgung und äußerer Aufbau.

Die erforderlichen Betriebsspannungen werden einem gesonderten Netzgerät entnommen, das mit dem Kompensator durch ein zehnadriges Kabel mit Vielfachstecker verbunden ist. Die Photozellenspannung (100 V), die Anodenspannung der Steuerröhre (140 V) und die Hilfsspannung U_0 (140 V) werden mit Stabilisatoren konstant gehalten; die Röhrenheizung erfolgt mit 4 V Wechselspannung, die Betriebsspannung der Galvanometerbeleuchtung beträgt 6 V. Bei besonders empfindlichen Messungen kann das Gerät anstatt mit den Netzspannungen auch unmittelbar aus Batterien gespeist werden.

C. Praktische Leistungsfähigkeit des Geräts.

In den nachstehenden Abb. 6—10 ist eine Reihe von Registrierproben wiedergegeben, die mit dem beschriebenen Gerät aufgenommen worden sind. Sie sollen an Beispielen erläutern, was das Instrument als elektrisches Meßgerät, insbesondere in Verbindung mit einem Strahlungsthermoelement als Strahlungsindikator praktisch leistet.

1. Einstellgeschwindigkeit und zulässige Registriergeschwindigkeit.

Abb. 6 zeigt zunächst den Verlauf des Anzeigestroms I_a im Schreiber bei Zuführung stufenweise geänderter Meßspannungen E_x am Eingang des Kompensators. Die Beträge der jeweiligen Spannungsstufen, die Registriergeschwindigkeit usw. sind in der Abbildung angegeben. Man sieht daraus, daß der zu jeder Spannungsstufe gehörige Anzeigestrom sich bei kleinen Meßspannungen aperiodisch einstellt und zwar

erreicht er seinen Endwert jeweils innerhalb etwa 4 sec¹). Jeder Ausschlagbetrag ist nach Erreichung der Ruhelage auf weniger als 0,5% des Endausschlages konstant. — Bei Spannungssprüngen über 5 μ V nehmen die Regelimpulse allmählich soweit zu, daß die Einstellung periodisch wird, jedoch kann dann, wie auf S. 458 ausgeführt, durch Erhöhung der Gitterkathoden-Kapazität im Röhrenkreis von 1000 pF (Dämpfungsstufe 0) auf 3500 bzw. 11000 pF (Dämpfungsstufe 1 oder 2) die Pendel- oder Schwingneigung unterdrückt werden. Man erzielt auf die Weise auch bei größeren Spannungssprüngen nahezu aperiodische Einstellung des Anzeigestroms. Die Gesamteinstellzeit bleibt auch bei zusätzlicher Dämpfung praktisch

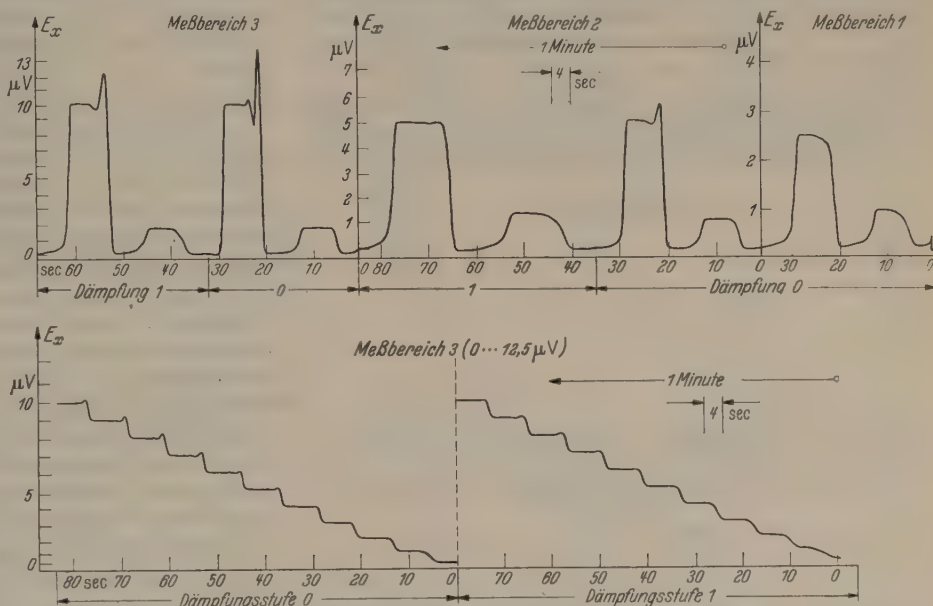


Abb. 6. Einstellung des Anzeigestroms bei sprunghafter Änderung der Eingangsspannung E_x um Beträge von 1 bis 10 μ V in verschiedenen Meßbereichen und mit verschiedenen Dämpfungen. Registriervorschub 150 mm/min.

unverändert (4 sec), da offenbar die geringe Erhöhung der Zeitkonstante des Röhrenkreises durch schnellere Galvanometerbewegung bei größeren Spannungsimpulsen aufgewogen wird. Bei Strahlungsmessungen wird man es im allgemeinen nicht mit sprunghaften Spannungsänderungen zu tun haben wie bei den hier gezeigten Eichspannungsdiagrammen. Kontinuierliche Spannungsänderungen werden vielmehr auch bei schwach periodischer Einstellung ohne Pendelungen wiedergegeben, so daß man jeweils die Dämpfungsstufe wählen kann, die für den gegebenen Meßzweck am geeignetsten erscheint.

Damit der zeitliche Verlauf der Meßspannung E_x vom Kompensator und Schreiber richtig wiedergegeben wird, darf jede Spannungsänderung nur so langsam erfolgen, daß bei kontinuierlichem Übergang von Null bis zum Vollausschlag des jeweiligen Meßbereiches mindestens die erforderliche Einstellzeit von 4 sec zur Verfügung steht. In einem Meßbereich von 0 bis U_{max} darf also die zeitliche Spannungsänderung nicht größer als 0,25 U_{max}/sec sein, damit die Stromanzeige dem Spannungsverlauf noch richtig folgt. Daraus ergibt sich bei Strahlungsmessungen, z. B. bei Aufnahme des Spektralverlaufs an steilen Filterkanten oder innerhalb von Spektrallinien, in welcher Zeit ein gegebener

¹ In dieser Gesamteinstellzeit ist die Einstellzeit des Steuergalvanometers (2 sec) und die Dauer des Regelvorganges über Photozelle und Steuerröhre enthalten.

Spektralbereich durchgemessen werden darf, damit die Registrierkurve dem Energieverlauf noch genau folgt (s. Kurven 7 bis 9).

2. Registrierbeispiele an Emissions- und Absorptionspektren.

Abb. 7 veranschaulicht diese Verhältnisse z. B. an einem Hg-Spektrum, das in der Weise aufgenommen

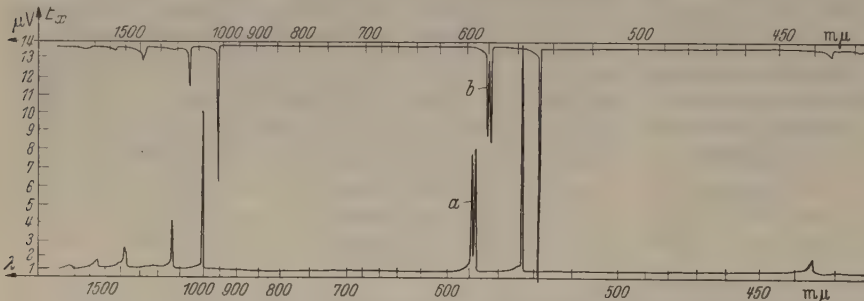


Abb. 7. Kurve a: Spektrum einer Hg-Normaldruck-Spektrallampe zwischen 430 und 1800 mμ. Kurve b: Gleiches Spektrum gegenläufig geschrieben und seitlich gegen Kurve a versetzt.

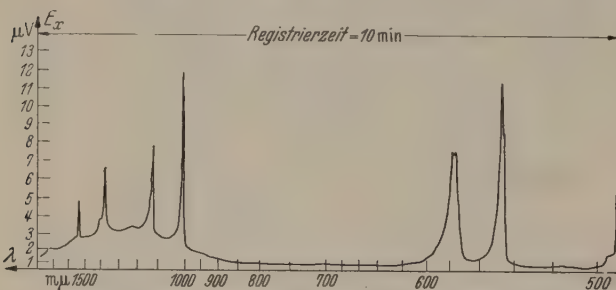


Abb. 8. Spektrum einer Hg-Höchstdrucklampe (HBO 107/36) im gleichen Registriemaßstab wie Abb. 7.

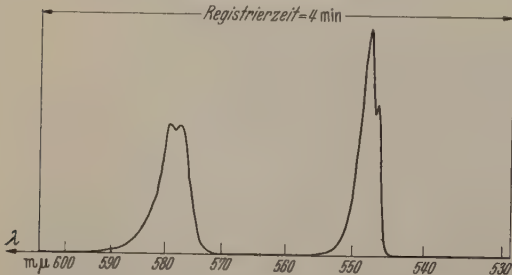


Abb. 9. Hg-Höchstdruckspektrum im Bereich von 530 bis 600 mμ und von 900 bis 1700 mμ wie Abb. 8, aber mit größerem Registriervorschub und mit unterdrücktem Kontinuum.

ist, daß die Thermospannung eines Strahlungsthermoelements am Ausgang eines Doppelmonochromators bei langsamer Drehung der Wellenlängentrommel, also bei allmählichem Durchlauf des Spektrums, fortlaufend aufgezeichnet wurde. Die Wellenlängentrommel wurde über ein Untersetzungsgetriebe von einem Synchronmotor gedreht, der sich am gleichen Stromnetz befand wie der Antriebsmotor des Linienschreibers. Auf diese Weise entsprechen stets gleiche Strecken des Registrierdiagramms gleichen Drehbewegungen der Wellenlängentrommel bzw. der Disper-

sionsprismen des Monochromators. Die Registriergeschwindigkeit muß dabei so eingeregelt werden, daß bei Durchlauf einer Spektrallinie durch den Austrittsspalt des Monochromators für den Übergang von kleinster zu größter Bestrahlungsstärke auf dem Empfangsthermoelement mindestens die Einstellzeit des Schreibgeräts (4 sec) zur Verfügung steht. Da die Halbwertsbreite der Hg-Linien in dem von uns verwendeten Spektralapparat bei Spaltbreiten von 0,08 bis 0,10 mm etwa 6° Drehwinkel der Wellenlängentrommel ausmacht¹, darf mithin die Drehgeschwindigkeit der Wellenlängentrommel höchstens 1,5°/sec = 1 Umdrehung je 4 min betragen, damit der Anzeigestrom des Schreibers allen Einzelheiten des Strahlungsverlaufs richtig folgt. Die Vorschubgeschwindigkeit des Schreibers ist dabei weitgehend beliebig; man

wird sie zweckmäßig so wählen, daß die Einzelheiten des Linienzuges gut erkennbar sind, ohne daß das Gesamtspektrum zu unhandlich weit auseinandergezogen wird. Eine weitere Steigerung des Schreibvorschubes würde nur die Länge des Schreibstreifens vergrößern, aber keine Steigerung der Auflösung mehr erbringen. Die Aufnahme Abb. 7 ist mit einer Registriergeschwindigkeit von 1 Trommelumdrehung des Monochromators in 4 min gemacht worden; der Wellenlängenbereich von 0,5 bis etwa 1,8 μ erstreckt sich bei diesem Apparat über rund 2,5 Trommelumdrehungen, benötigt also zur registrierenden Aufnahme etwa 10 min. Der Registriervorschub des Schreibers betrug 30 mm je min, ergab also während der Laufzeit einen Registrierstreifen von rund 30 cm Länge. Bei dieser Schreibgeschwindigkeit werden, wie die Abbildung zeigt, alle Einzelheiten des Intensitätsverlaufes deutlich wiedergegeben; insbesondere erkennt man das an der scharfen Trennung der beiden gelben Hg-Linien (577/579 mμ) und an der guten Auflösung im ultraroten Gebiet bei 1,37 und 1,7 μ². Die geringen Un-

symmetrien des Kurvenverlaufs am Fuß der einzelnen Spektrallinien sind durch den Verlauf des Einstellvorganges der Kompensation bedingt und müssen durch Eichung des Geräts berücksichtigt werden. Man erkennt aus diesem Registrierbeispiel ohne weiteres, daß Spektralaufzeichnungen nach dieser Methode wesentliche Vorteile z. B. gegenüber photographischer Aufnahme mit nachfolgender Schwärzungsmessung haben, da hier die Intensitäten der einzelnen Linien usw. direkt aus dem Diagramm entnommen werden können.

Während Abb. 7 das Spektrum einer normalen Hg-Niederdruck-Spektrallampe zeigt, ist in Abb. 8 der gleiche Spektralbereich eines Hg-Hochdruckbogens (HBO-Lampe 107/36) unter gleichen Auf-

¹ Das entspricht einer Prismendrehung um etwa 1 Bogenminute. In Wellenlängen ausgedrückt nimmt die Linienbreite vom kurzwelligen zum langwelligen Gebiet hin zu; da gleichzeitig die Trommeldispersion in gleicher Richtung abnimmt, ergibt sich längs des Spektrums der nahezu konstante obige Betrag.

² Die Originalkurven zeigen feinere Einzelheiten als die verkleinerte Druckwiedergabe.

ahmbedingungen wiedergegeben. Man sieht, daß hier die einzelnen Linien gegenüber der Niederdruckentladung erheblich verbreitert sind, so daß z. B. die Trennung der beiden gelben Linien fast verschwunden ist. Das Intensitätsverhältnis der grünen und gelben Linie zu den ultraroten ist erheblich verändert, außerdem ist das ganze Spektrum von einem Kontinuum überlagert, das insbesondere zwischen 0,9 und 1,8 μ m Gebiet der Quarzstrahlung des Lampenkolbens zu merklichen Beträgen ansteigt. Um das Auflösungsvermögen des Registrierverfahrens zu veranschaulichen, ist in Abb. 9 das Spektralgebiet zwischen 330 und 600 m μ sowie zwischen 0,9 und 1,7 μ m nochmals mit größerer Vorschubgeschwindigkeit des Schreibers (60 mm/min) und langsamerer Monochromatorbewegung aufgenommen; dabei ist die Nulllinie der Registrierung, wie in Abschnitt 6, S. 458 beschrieben, nach unten aus dem Schreibbereich hinausverlegt worden, um die ultraroten Linien besser aus dem Kontinuum herauszuheben und die Einzelheiten des Intensitätsverlaufs im oberen Bereich deutlicher zu zeigen. Man sieht hier im ultraroten Gebiet die erhebliche Linienauflösung der Meßeinrichtung. Bei der gelben Doppellinie 577/579 m μ kommt die schwache Einsattlung der Intensitätskurve noch deutlich zum Vorschein. Auch bei der grünen Hg-Linie tritt eine — schon in Abb. 8 schwach angedeutete — Verdopplung auf, die durch eine Selbstumkehr einzelner Komponenten dieser Linie [18] im Hg-Dampf der Hochdruckentladung zustande kommt. Die scharfe Aufzeichnung dieser geringen Linienaufspaltung stellt ein gutes Kriterium für das Auflösungsvermögen der hier beschriebenen Aufnahmemethode dar.

Um die Leistungsfähigkeit des Geräts für praktische Strahlungsmessungen zu veranschaulichen, ist schließlich in Abb. 10 an der oberen Kurve (a) der spektrale Energieverlauf der Strahlung einer Wolfram-Wendellampe von etwa 2700° K Farbtemperatur wiedergegeben, wie er am Ausgang des Doppelmonochromators mit einem Strahlungsthermoelement erhalten wird. Die Bestrahlungsstärke des Empfangsthermoelements am Monochromatorausgang betrug im Maximum dieser Kurve etwa 30 μ W/cm² entsprechend einer Leistungsaufnahme des Empfängers von etwa 0,15 μ W. Bei dieser Bestrahlung liefert das Thermoelement eine Thermospannung von etwa 12 μ V, die am Registriergerät bei dem hier verwendeten Meßbereich einen Ausschlag von rund 100 mm erzeugt. Da in der Registrierkurve Ausschlagsänderungen von 1 mm noch ohne weiteres ablesbar sind, ergibt sich daraus eine Meßgenauigkeit für die zugehörigen Strahlungsbeträge auf mindestens $\pm 1/1000 \mu$ W. Wenn die spektrale Durchlässigkeitskurve des Monochromators durch Eichung bestimmt ist, kann aus einer derartigen Registrierkurve die Strahlungsverteilung der Lichtquelle direkt entnommen werden.

Darunter ist in der zweiten Kurve (b) die Strahlungsverteilung aufgezeichnet, die man erhält, wenn in den Strahlengang der Lichtquelle ein Didymglasfilter (Schottglas BG 35) von 2 mm Stärke gebracht wird. Der Kurvenzug liefert hier in 8 min Registrierzeit einen unmittelbaren Überblick über den spektralen Durchlässigkeitsverlauf des Filters; aus dem Ordinatenverhältnis der beiden Kurven mit und ohne Filter kann für jede Wellenlänge die Durchlaßzahl des Filters bestimmt werden. Dies Verfahren wird

zwar unter Umständen die Genauigkeit von Einzelmessungen bei bestimmten Wellenlängen nicht ganz erreichen, aber es ist ersichtlich, daß durch solche registrierenden Aufnahmen bei laufenden Serienprüfungen eine außerordentlich große Arbeits- und Zeitersparnis erzielt wird. Die Aufnahme einer unregelmäßig gestalteten Absorptionskurve, wie sie in Abb. 10 vorliegt, würde bei punktwiser Bestimmung der Meßwerte von Wellenlänge zu Wellenlänge erfahrungsgemäß mindestens mehrere Stunden in Anspruch nehmen, während sie mit dem selbstregistrierenden Photozellenkompensator in wenigen Minuten vor sich geht. Das Kurvenbild zeigt dann sofort, an welchen Stellen des Spektralverlaufes gegebenenfalls noch Kontrollmessungen erhöhter Genauigkeit mittels Einzelbeobachtung vorgenommen werden müssen.

In ähnlicher Weise kann die beschriebene Kompensationseinrichtung für die verschiedensten Meßaufgaben bei Strahlungs- und Absorptionsmessungen und dergleichen verwendet werden. Sie hat sich überall

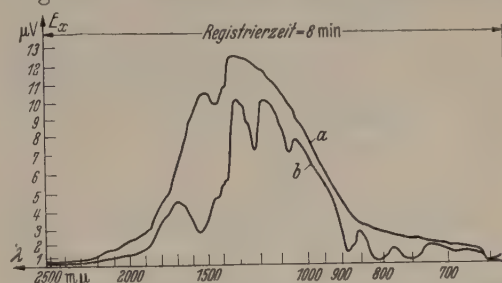


Abb. 10. Kurve a: Kontinuierliches Spektrum einer Wolfram-Wendellampe bei etwa 2700° Farbtemperatur. Kurve b: Strahlungsverteilung der gleichen Lampe mit einem Didymglas BG 35 von 2 mm Stärke im Strahlengang.

dort als vorteilhaft gegenüber anderen Methoden bewährt, wo man es mit kleinen Anzeigespannungen von thermischen Strahlungsempfängern bis herab zu Bruchteilen von μ V zu tun hat.

Zusammenfassung.

Zur Messung und registrierenden Aufzeichnung kleiner Spannungen, wie sie bei Strahlungsmessungen mit thermischen Empfängern auftreten, eignet sich in besonderem Maß das Verfahren der selbsttätigen lichtelektrischen Kompensation. Es wird ein verbessertes Gerät dieser Art beschrieben, mit dem kleine Thermospannungen bis herab zu $1/10 \mu$ V gemessen und mit gewöhnlichem Tintenschreiber aufgezeichnet werden können. Die Leistungsfähigkeit dieser Anordnung wird an verschiedenen Registrierbeispielen veranschaulicht.

Literatur. [1] EICHORN, G., u. G. HETTNER: Ann. Phys. **3**, 120 (1948). — [2] POHL, R. W., u. F. STÖCKMANN: Ann. Phys. **3**, 199 (1948). — [3] SUTHERLAND, G. B. B.: Rep. Progr. Physics **11**, 144 (1948). — [4] THEISSING, H.: Phys. Z. **38**, 557 (1937). — [5] CZERNY, M.: Ann. Phys. **12**, 933 (1932). — [6] LEHRER, E.: Z. techn. Phys. **18**, 393 (1937). — [7] DAHLKE, W., u. G. HETTNER: Z. Physik **117**, 74 (1940). — [8] SELL, H.: Z. techn. Phys. **13**, 320 (1932). — [9] RUST, H. H., u. H. ENDESFELDER: Z. angew. Physik **2**, 39 (1950). — [10] MERZ, L.: Arch. techn. Messen **2** 64-3. — [11] GEYGER, W.: Arch. techn. Messen **2** 932-2. — [12] KUNTZE, A.: ETZ **61**, 195 (1940). — [13] GAST, TH.: Arch. elektr. Übertr. **1**, 113 (1947). — [14] DERIGS, H., u. F. VOSS: ETZ **61**, 193 (1940). — [15] LINDECK, ST., u. R. ROTHE: Z. Instrumentenkde. **19**, 242 (1899); **20**, 293 (1900). — [16] MERZ, L.: VDE-Fachber. **10**, 134 (1938). — [17] MERZ, L.: VDE-Fachber. **11**, 57 (1939). — [18] LAU, E.: Naturwiss. **20**, 49 (1932). — [19] HÜBNER, W.: Elektrotechnik im Druck.

Dr. W. LEO, Dr. W. HÜBNER, Deutsches Amt für Maß und Gewicht, (15b) Weida in Thüringen.

Berichte.

Über den Ursprung der kosmischen Strahlung.

Von ERICH BAGGE, Hamburg.

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. Mai 1950.)

1. Einleitung.

Die Entdeckung solarer Ultrastrahlungseruptionen hat uns in der Lösung des Rätsels nach dem Ursprung der kosmischen Strahlung einen großen Schritt vorwärts gebracht. Trotz gewisser Schwierigkeiten, die

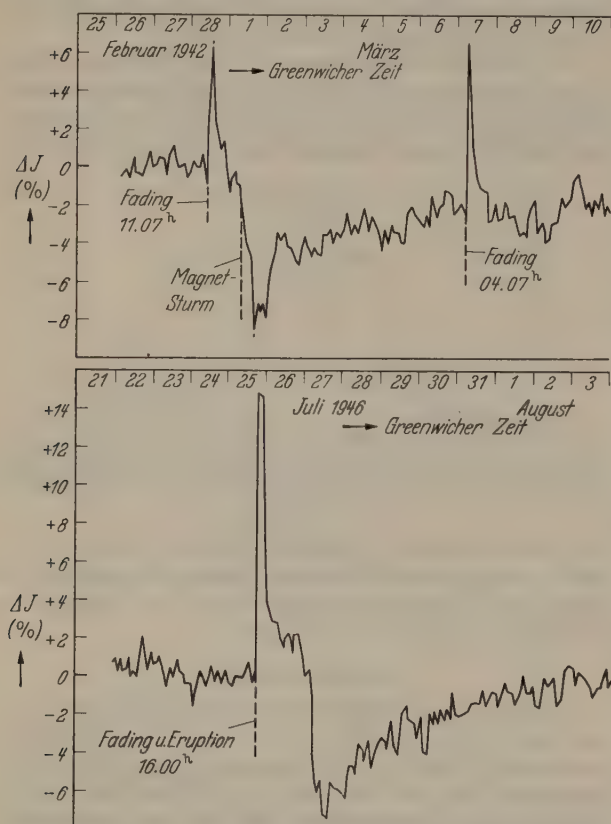


Abb. 1. Drei Intensitätsspitzen von Ultrastrahlung, die gleichzeitig mit chromosphärischen Eruptionen auftraten (FORBUSH, l. c.).

dem Verständnis der Beschleunigungsvorgänge dieser Strahlen in Sternatmosphären noch entgegenstehen, erlauben nämlich die experimentellen Befunde nur die Deutung, daß in den Randbereichen der Sonne gelegentlich geladene Partikeln Energien der Größenordnung 10^8 bis 10^{10} eV gewinnen können. Man kann sogar Modellmechanismen angeben, die die prinzipielle Möglichkeit von Beschleunigungsvorgängen der gewünschten Art in den Magnetfeldern der Sonnenflecken verstehen lassen. Die beobachteten Teilchenenergien sind dabei größenordnungsmäßig gut erklärbar.

Mit diesen Feststellungen ist freilich das Kernproblem der Ultrastrahlungsentstehung noch gar nicht berührt. Die Entdeckung der solaren Effekte lehrt zwar, daß die Sonne und damit auch die Sterne als Quellen der Ultrastrahlung in Betracht zu ziehen sind. Ein Überblick über die verschiedenen Erscheinungen, deren einheitliche Erklärung erforderlich ist, zeigt aber, daß hierbei tiefliegende thermodynamische

und vielleicht auch kosmologische Probleme aufgeworfen werden, deren Lösung noch aussteht. Soweit ernsthaft diskutierbare Erklärungsversuche vorliegen, enthalten sie neue Schwierigkeiten oder erzwingen eine so radikale Abkehr von anderen heute allgemein angenommenen Anschauungen, daß man sich nur schwer entschließen kann, sie vorbehaltlos anzuerkennen.

Es ist das Ziel dieses Artikels, in einem ersten Teil kurz auf die bisherigen Beobachtungen der solaren Effekte und die Versuche ihrer Deutung einzugehen. In einem zweiten Abschnitt soll dann das bisher ungelöste Intensitätsproblem der kosmischen Primärstrahlung behandelt werden. Natürlich kann es im letzten Teil nur unsere Aufgabe sein, die auftretende Problematik aufzuzeigen, ohne voll befriedigende Wege zu ihrer Überwindung angeben zu können.

2. Ultrastrahlungsemission von der Sonne.

Schon im Jahre 1933 hat REGENER [1] die Vermutung ausgesprochen, daß ein von ihm beobachteter ungewöhnlicher Intensitätsanstieg der kosmischen Strahlung in der Stratosphäre durch eine Ultrastrahlungseruption aus dem Bereiche eines Sonnenflecks verursacht sein könne. Im gleichen Jahre schließt HESS [2] aus der Intensitätszunahme der kosmischen Strahlung um die Mittagszeit auf eine Erzeugung solcher Strahlung durch die Sonne und schließlich wurde von ZIRKLER [3] auf den engen Zusammenhang einer anomalen Intensitätsspitze der Ultrastrahlung mit einer nahezu gleichzeitig stattfindenden chromosphärischen Eruption hingewiesen. Außerdem aber hatte der gleiche Autor auch eine Wiederholungstendenz von Intensitätsspitzen der Ultrastrahlung mit etwa 27 Tagen Abstand beobachtet, die er mit solaren Ultrastrahlungsemissionen zu erklären versuchte.

Nach unseren heutigen Kenntnissen besteht kaum ein Zweifel, daß in den genannten Fällen die angegebenen Deutungen richtig waren. Trotzdem hätte man es wohl nicht gewagt, sie als verbindlich anzusehen. Man kennt ja geomagnetische Einflüsse auf die Ultrastrahlungsintensität, z. B. den Breiten effekt oder gewisse Simultanschwankungen der Höhenstrahlung an verschiedenen Beobachtungsorten, die mit Änderungen der magnetischen Horizontalintensität einhergehen. Da aber chromosphärische Eruptionen sehr oft magnetische Stürme auf der Erde auslösen, so sind entsprechende Höhenstrahlungsschwankungen durchaus begreiflich. Der Zusammenhang beider Erscheinungsgruppen ist dann eben indirekter Art. Er wird durch die erdmagnetischen Einflüsse erst vermittelt. Solange diese Möglichkeit nicht mit Sicherheit auszuschließen war, mußte man allen Vermutungen über den solaren Ursprung eines gewissen Anteils der kosmischen Strahlung mit großer Vorsicht begegnen.

Diese Situation wurde jedoch völlig geändert, als FORBUSH [4] im Jahre 1946 mitteilte, daß er bei zehnjährigen Registrierungen drei ungewöhnliche Intensitätsanstiege von etwa 2 bis 3 Std Dauer beobachtet hatte, die mit Verzögerungen von weniger als 1 Std nach chromosphärischen Sonneneruptionen auftraten. Praktisch gleichzeitig mit dem Beginn des Intensitätsanstiegs der Ultrastrahlung setzte in allen drei Fällen schlagartig ein sehr starkes MÖGEL-DELLINGER-Kurzwellenfading ein. Außerdem aber war dieses von kurzwelligen und intensiven Radiofrequenz-ausbrüchen im *m*-Bereich begleitet [9], [10].

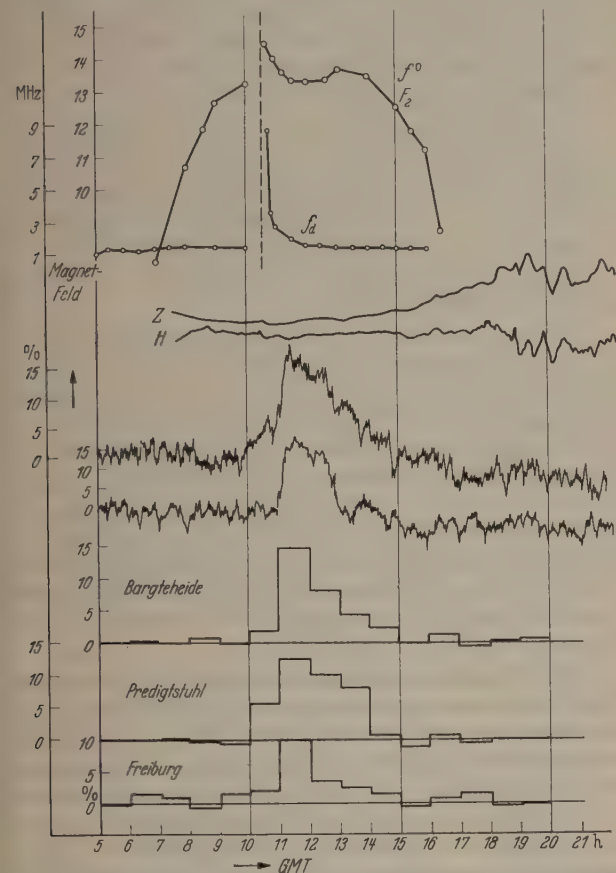


Abb. 2*. Der Ultrastrahlungsausbruch von der Sonne vom 19. 11. 49. Die beiden Registrierkurven in der Mitte des Bildes geben den Verlauf der Ultrastrahlungsintensität wieder, wie er mit zwei völlig getrennten Koinzidenzapparaturen (SALOW) beobachtet wurde. *Z* Magnetische Vertikalintensität; *H* Horizontalintensität; *fd* und *f^o* Verlauf der Grenzfrequenzen bei Ionosphärenbeobachtungen (DIEMINGER) an der *F₂*-Schicht. Die Messungen auf dem Predigtstuhl (AUGUSTIN) und in Freiburg (SITTKUS) wurden mit Ionisationskammern durchgeführt. „Bargteheide“: Stundennmittel der beiden Registrierkurven in der Mitte.

Die Registrierungen der magnetischen Horizontalintensität hingegen zeigten während der starken Ultrastrahlungsemissionen ein völlig normales Verhalten. Erst nach etwa 10 bis 24 Std setzten in zwei Fällen magnetische Stürme auf der Erde ein, die in bekannter Weise Intensitätsrückgänge erzeugten.

Die positiven Intensitätsspitzen, deren Bilder wir in Abb. 1 wiedergeben, können also nicht durch magnetische Effekte verursacht sein. Außerdem aber müssen sie von Teilchen herrühren, deren Geschwindigkeiten nicht wesentlich von der des Lichts verschieden sind, da sie ja schon etwa 20 min nach den optisch erkennbaren Eruptionen beim Beobachter eintreffen. Man wird nicht einmal annehmen, daß diese Verspätung durch Teilchengeschwindigkeiten $v \ll c$

* Herrn Dr. SALOW danke ich für die freundliche Überlassung der Abb. 2.

bewirkt wird. Es ist ziemlich sicher, daß sich im Augenblick der sichtbarwerdenden Eruption eine elektromagnetische Störung von der Photosphäre ablöst und daß diese 20 min später im Bereiche der inneren Korona (10000 km über der Photosphäre) eintrifft. Dort erst werden die Ultrastrahlungspartikel beschleunigt und verlassen nunmehr praktisch mit Lichtgeschwindigkeit die Sonne.

Von den bei FORBUSH angegebenen Eruptionen wurden die beiden ersten vom Februar und März 1942 auch durch EHMERT [5] registriert, während die dritte vom 25. Juli 1946 an vielen Beobachtungsstationen

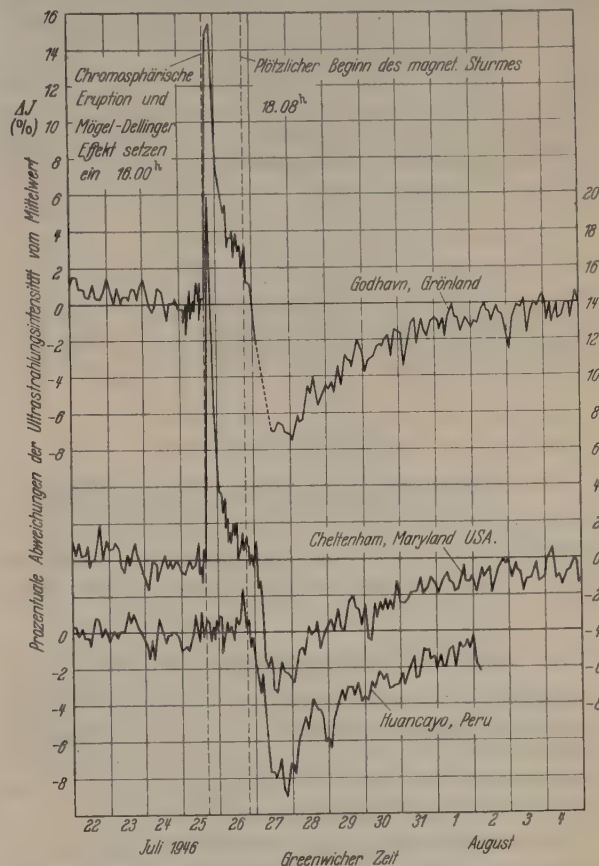


Abb. 3. Registrierungen des Ultrastrahlungsausbruchs vom 25. und 26. 7. 46 in drei verschiedenen geomagnetischen Breiten. Godhavn 78° N, Cheltenham 50° N, Huancayo 1° S. Man erkennt, daß die positive Spitze am Nachmittag des 25. 7. 46 nur an den in höheren Breiten gelegenen Orten Godhavn und Cheltenham, nicht aber am Äquator beobachtet wurde.

festgestellt wurde, so z. B. auch bei SCHEIN [8], CLAY [7], DOLEBEAR und ELLIOT [6], NEHER und ROESCH [11]. Neuerdings wurden weitere besonders deutliche Ultrastrahlungsausbrüche von der Sonne am 24. und 25. Dezember 1948 durch EHMERT [12] und am 19. November 1949 von SALOW [13] beobachtet. Die von SALOW mit zwei getrennten Koinzidenzapparaturen registrierte Erscheinung trat ebenso in Freiburg (SITTKUS) und auf dem Predigtstuhl (AUGUSTIN) auf (s. Abb. 2).

Bemerkenswert ist noch die von FORBUSH [4] getroffene Feststellung über die Breitenabhängigkeit der solaren Effekte. Die Intensitätsspitzen der Abb. 1 wurden nämlich sowohl südlich (Neuseeland 48° S), als auch nördlich des magnetischen Äquators (Cheltenham 50° N und Godhavn, Grönland, 78° N), nicht aber in dessen Nähe beobachtet (Huancayo, Peru, 1° S). Die entsprechenden Beobachtungen sind in Abb. 3 dargestellt.

Da aus geomagnetischen Gründen die Ultrastrahlungspartikeln mindestens eine Energie von $1,2 \cdot 10^{10}$ eV besitzen müssen, wenn sie den Äquator erreichen sollen, so sprechen die Beobachtungen von FORBUSH für Energien $E < 10^{10}$ eV der Höhenstrahlen solaren Ursprungs.

Dieses Ergebnis ist im Hinblick auf die theoretische Erklärung des Beschleunigungsvorgangs bedeutsam.

Von verschiedenen Seiten [14] wurde die Frage diskutiert, ob und unter welchen Bedingungen die Sonne Ultrastrahlung in den planetarischen Raum entsenden kann, wenn sie ein magnetisches Dipolfeld besitzt, das normalerweise diese Strahlen zurückhalten müßte. Diese Gesichtspunkte scheinen zumindest für die augenblicklich herrschenden Verhältnisse keine besondere Bedeutung zu besitzen, da nach den sehr genauen und sorgfältigen Messungen von

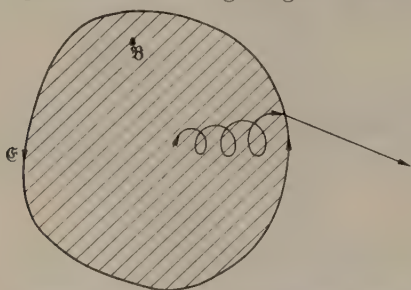


Abb. 4. Bahnform eines Protons in einem zeitlich veränderlichen homogenen Magnetfeld. $B \perp$ Zeichenebene.

THIESSEN [15] ein solares Magnetfeld mit mehr als etwa 1,5 Gß Feldstärke an den Polen sicher nicht existiert.

3. Der Beschleunigungsmechanismus auf der Sonne.

Die bisher beobachteten Ultrastrahlungsausbrüche auf der Sonne traten immer im Zusammenhang mit Sonnenflecken auf. Es liegt darum nahe, nach Vorgängen zu suchen, die die Beschleunigungen in den Sonnenflecken bewirken können.

Nun hat bereits im Jahre 1933 SWANN [16] darauf hingewiesen, daß in den Magnetfeldern der Sonnenflecken mitunter Bedingungen vorliegen, die das Auftreten elektrischer Induktionsfelder der Größenordnung 10^9 eV verstehen lassen.

Die mit Feldstärken bis zu etwa 3000 Gß erfüllten Raumbereiche könnten gelegentlich Durchmesser von etwa $2 \cdot 10^4$ km besitzen, wobei Feldänderungen von rund 2000 Gß/Tag nichts Ungewöhnliches darstellen. Das bei diesen Vorgängen induzierte und den magnetischen Bereich umschließende elektrische Feld ergibt sich aus dem FARADAYSchen Induktionsgesetz:

$$\oint \mathcal{E} d\vec{s} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int \mathcal{B} d\vec{f}. \quad (1)$$

Würde man etwa ein Proton der Ladung e bzw. ein schweres Teilchen mit Ze längs einer geschlossenen elektrischen Feldlinie dieses Gebiet umfahren lassen, so gewönne es die Energie:

$$E \cong \frac{Ze}{c} \dot{B} d^2 \quad (2)$$

(e Elektronenladung, \dot{B} Feldstärkenänderung/Zeiteinheit, d Durchmesser des Fleckbereichs).

Mit den oben besprochenen Zahlwerten für \dot{B} und d ergibt sich damit:

$$E = \frac{Z \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{18} \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^{10} \cdot 10^5 \cdot 1,6} \cong Z \cdot 10^9 \text{ eV}. \quad (3)$$

Man sieht also, daß im Prinzip jedenfalls Energien der Größenordnungen 10^9 eV vorkommen könnten. Berechnet man jedoch die Bahnkurven geladener Teilchen unter einfachen Annahmen über die möglichen Feldverhältnisse, so erhalten sie Formen der in Abb. 4 dargestellten Art. Durch die magnetischen Einwirkungen kann das Teilchen nicht den elektrischen Feldlinien folgen, sondern es verläßt auf zyklidenartigen Bahnen und in seiner Hauptdrift senkrecht zum elektrischen und magnetischen Feld den für die Beschleunigung wesentlichen Raumbereich.

Ein freies Teilchen kann unter diesen Umständen also keine Energie der oben berechneten Größenordnung gewinnen. Letzten Endes ist dies eine Folge der Tatsache, daß bei einheitlichen und einigermaßen rotationssymmetrisch angeordneten Flecken die elektrischen und magnetischen Kraftlinien praktisch senkrecht aufeinanderstehen.

Bei näherem Studium der Bewegungsgleichungen geladener Teilchen in komplizierter gebauten Feldern erkennt man [17], daß sich die Verhältnisse jedoch grundlegend ändern, wenn die Feldbereiche stark zerklüftet sind und sich einzelne Teilgebiete zeitlich und räumlich anders verhalten als benachbarte. Dann nämlich kommen leicht Bedingungen zustande, bei denen die elektrische Feldstärke eine von Null verschiedene Komponente in Richtung der magnetischen besitzt. Diese Komponente wird ihre Wirksamkeit ungehindert entfalten und auf solche Weise Protonen bis zu etwa 10^9 eV beschleunigen.

Man kann sich ein solches unregelmäßig geformtes Feld näherungsweise dargestellt denken durch die Überlagerung von flächenhaft verteilten Dipolfeldern veränderlicher Stärke, deren Achsen senkrecht zur Sonnenoberfläche stehen und deren einzelne Zentren selbst noch wandern. Die wirklichen Feldverhältnisse sind natürlich meist recht unübersichtlich. Aber bereits im einfachsten, überhaupt denkbaren Fall zweier einzelner sich nähernder Dipole gleicher Stärke [18] treten Verhältnisse auf, die die gewünschten Beschleunigungen verstehen lassen. In diesem speziellen Falle, der zwar in so idealisierter Form nur recht selten und dann nur näherungsweise realisiert sein dürfte, lassen sich aber die Bewegungsgleichungen für gewisse Bahntypen streng integrieren. Man kann also gewissermaßen den Beschleunigungsvorgang in allen Einzelheiten verfolgen, so daß insofern wenigstens keine Zweifel an der prinzipiellen Möglichkeit derartiger Prozesse entstehen können.

Man erhält für die erreichbare Endenergie die Formel:

$$E = \frac{Zev\mu}{cD^2}. \quad (4)$$

Wenn man hier wieder Zahlwerte einsetzt, wie sie auf der Sonne relativ häufig beobachtet werden (Wanderungsgeschwindigkeit v von der Größenordnung 1 Fleckdurchmesser je Tag: $v/c \sim 10^{-6}$, Abstand zweier entgegengesetzt polarisierter Flecken $D \sim 1,5 \cdot 10^9$ cm und „magnetische Momente“ μ der Raumbereiche $\mu \sim 10^{31}$ Gß · cm³), dann erhält man für

Protonen Energien der Größenordnung 10^9 eV, für Z -fache geladene Teilchen entsprechend mehr.

Man sieht also, daß man auf dem zweiten Wege gerade wieder zu denselben Energien kommt, wie nach Formel (12). Das müßte nicht so sein, da andere physikalische Größen in Formel (4) eingehen als in (2). Aber man bemerkt damit, daß die Größenordnung der Energie sozusagen *nicht* modellabhängig, sondern durch allgemeinere Zusammenhänge bestimmt ist.

Natürlich schwanken die angegebenen Zahlwerte für die verschiedenen physikalischen Größen von Fall zu Fall beträchtlich. Wir haben hier Mittelwerte benutzt. Gelegentlich werden die wirklichen Zahlwerte günstiger liegen, so daß man zu Energien bis $Z \cdot 10^{10}$ eV kommen kann. Dies sollte aber auf Ausnahmefälle beschränkt sein. Die Beobachtungen über die Breitenabhängigkeit der solaren Ultrastrahlungsemissionen lassen sich auf diese Weise sehr einfach verstehen. Die Schwellenenergie für das Auftreffen von Ultrastrahlung am erdmagnetischen Äquator wird eben nicht oder nur sehr selten erreicht.

Es erhebt sich noch die Frage, in welcher Höhe über der Photosphäre die Beschleunigungsprozesse möglich sind. Wir haben dazu in Abb. 5 die Elektronendichte als Funktion der Höhe und den zugehörigen Bremsverlust für Protonen dargestellt. Aus dieser Abbildung entnimmt man folgendes: Ein langsames Proton ($v \ll c$) verliert in 2000 bis 3000 km Höhe über der Photosphäre etwa 1 eV/cm an Energie. Der Energiegewinn durch die elektrischen Induktionsfelder ist unter optimalen Bedingungen von etwa gleicher Größe. Die Beschleunigungen können also von der mittleren Chromosphäre ab wirksam werden. Vermutlich setzen sie erst effektiv in der unteren Korona ein, weil von da ab die Elektronendichte ($\sim 10^8/\text{cm}^3$) so stark abgesunken ist, daß die Ausbildung der elektrischen Induktionsfelder trotz der großen Leitfähigkeit der dort vorhandenen hochionisierten Materie nicht mehr unter allen Umständen gestört wird, wie das in der Chromosphäre noch der Fall sein dürfte. (Wegen weiterer Einzelheiten verweisen wir auf die unter [17] zitierte Arbeit.)

4. Das Intensitätsproblem der kosmischen Strahlung.

Die Betrachtungen in den vorhergehenden Abschnitten haben gelehrt, daß die Sonne und ebenso wie diese natürlich auch andere Sterne Ultrastrahlung emittieren können. Wie wir aber schon oben bemerkten, ist damit zunächst nur eine Teilfrage des allgemeinen Problemkreises, der sich mit der Frage nach dem Ursprung der kosmischen Strahlung befaßt, bis zu einem gewissen Grade gelöst.

Um dies zu erläutern, wollen wir im folgenden die Beobachtungstatsachen zusammenstellen, die alle einer Erklärung bedürfen.

a) *Die auftretenden Energien.* Die am Rande der Erdatmosphäre auftreffende kosmische Primärstrahlung enthält Partikeln mit Energien zwischen 10^8 und etwa 10^{10} eV [19]. Die Ultrastrahlungsemissionen der Sonne hingegen bewegen sich im Bereiche von 10^8 bis 10^{10} eV. Es ist die Frage zu klären, ob auch die energiereichsten Partikeln von Sternen kommen können.

b) *Energiespektrum der Primärstrahlung.* Soweit bisher Möglichkeiten zur Prüfung vorhanden sind

(AUGER-KOLHÖRSTERSche Luftschauer, Kernzertrümmerungen in Photoplatten) besitzt das Energiespektrum der primär einfallenden Protonen die Form

$$\left. \begin{aligned} f(E) dE &= C_1 \frac{dE}{E^{1.14}} & (10^8 < E < 1,6 \cdot 10^9 \text{ eV}) \\ f(E) dE &= C_2 \frac{dE}{E^{2.8}} & (E > 3 \cdot 10^9 \text{ eV}). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Hier sind allerdings durch die Entdeckung der schwereren Kerne in der kosmischen Primärstrahlung gewisse Änderungen eingetreten, die noch zu besprechen sind.

Jedenfalls aber hat sich die Energieverteilung (5) zur Darstellung der Häufigkeiten der Luftschauer bis zu den höchsten Energien hin bisher gut bewährt.

c) *Zusammensetzung der Primärstrahlung.* Die kosmische Primärstrahlung besteht praktisch nur aus positiv geladenen schweren Teilchen. Elektronen sind als Primäre nicht vorhanden. Auch Neutronen sind praktisch auszuschließen. Dies folgt insbesondere aus den Beobachtungen von SCHEIN [20] u. a., die bei den Kern-

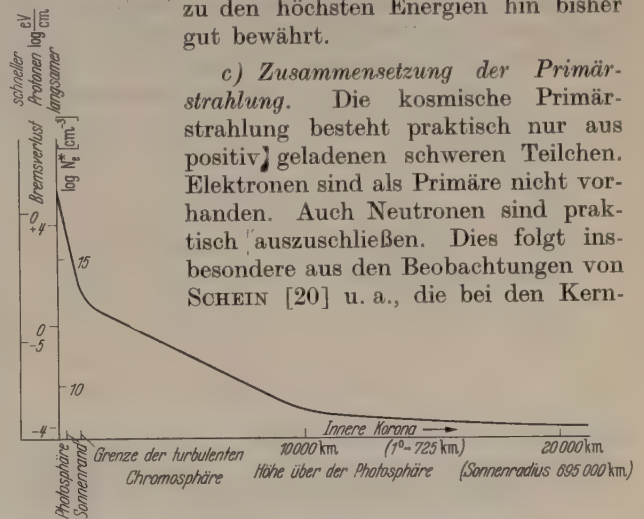


Abb. 5. Der Bremsverlust der Protonen in Abhängigkeit von der Höhe über der Photosphäre auf der Sonne.

zertrümmerungen in sehr großen Höhen immer ein ionisierendes Auslöseteilchen finden.

Die relativen Häufigkeitsverteilungen der verschiedenen positiv geladenen Primärteilchen sind nach BRADT und PETERS [21] etwa:

$$\left. \begin{aligned} H : \text{He} : (C, N, O) : (\text{Kerne mit } Z > 10) \\ = 4000 : 1000 : 35 : 10. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Die absoluten Häufigkeiten ergeben sich daraus, daß nach Angabe der gleichen Autoren die Zahl der je cm^2 und sec aus der Raumwinkeleinheit auftreffenden He-Kerne gegeben ist durch:

$$\lambda = 30^\circ \text{ nördl. Breite:} \quad J_0 = (9 \pm 3) \cdot 10^{-3} \frac{\text{He-Kerne}}{\text{cm}^2 \text{ sec} \cdot \text{RWI}}, \quad (7)$$

$$\lambda = 55^\circ \text{ nördl. Breite:} \quad J_0 = (38 \pm 13) \cdot 10^{-3} \frac{\text{He-Kerne}}{\text{cm}^2 \text{ sec} \cdot \text{RWI}}. \quad (8)^1$$

Die experimentellen Ergebnisse sprechen dafür, daß am Rande der Atmosphäre die Strahlung *räumlich isotrop* einfällt.

Hier erhebt sich die Frage, auf welche Weise die relativ hohen Anteile an schweren Kernen in der kosmischen Primärstrahlung zu verstehen sind und weshalb Elektronen als Primäre nicht auftreten.

¹ POMERANTZ, M. A. [22] gibt für die absolute Häufigkeit aller Teilchen in 52° N an

$$J = 0,170 \pm 0,003 \frac{\text{Teilchen}}{\text{cm}^2 \text{ sec RWI}}.$$

d) *Ultrastrahlung und Wärmestrahlung von den Fixsternen.* Die je cm^2 und sec in Form von Ultrastrahlung die Erdatmosphäre treffende Energiemenge stimmt etwa mit der Gesamtenergie/ $\text{cm}^2 \text{sec}$ überein, die von allen Sternen bei Nacht in Form von Wärme und Licht uns zugesandt wird [23]. Da sicher mehr als 99% der Ultrastrahlungsintensität jedenfalls nicht direkt solaren Ursprungs sind, wird mit dieser Feststellung ein sehr schwieriges Problem aufgeworfen, da man ja erklären muß, inwiefern diese Beobachtungstatsache sich mit den Forderungen des II. Hauptsatzes vereinbaren läßt. Wenn für Licht und Wärmestrahlung die gleichen Ausbreitungsgesetze gälten wie für die Ultrastrahlung, wäre nicht zu verstehen, wie es möglich ist, daß ein derart hoher Prozentsatz der von Sternen abgegebenen Energie in Form der „thermodynamisch hochwertigen“ Ultrastrahlung ausgehen

während sie bei anderen auf Schwierigkeiten stößt, die allerdings nicht unbedingt als unüberwindlich anzusehen sind.

Wir wollen versuchen, die verschiedenen Theorien hier kurz zu charakterisieren.

a) Die planetarische Theorie von TELLER.

Von TELLER und RICHTMEYER [25] und im Anschluß daran auch von ALFVÉN [26] wurde die Theorie entwickelt, daß die kosmische Ultrastrahlung sozusagen ein lokales Phänomen der Sonnenumgebung sei. Der von ihr erfüllte Raumbereich hat demnach eine Linearausdehnung der Größenordnung 0,1 parsec (1 parsec = $3,08 \cdot 10^{18} \text{ cm} \sim 3 \text{ Lichtjahre}$). Er reicht damit über das engere Planetensystem hinaus, ohne allerdings den Anschluß zu den nächsten Fixsternen aufzunehmen.

Die TELLER-RICHTMEYERSche Theorie geht aus von einer Kritik der hohen Energiedichte der Ultrastrahlung. Aus einer Kombination der Angaben von (6) und (8) folgt ja, daß im freien planetarischen Raum außerhalb der Erdatmosphäre je $\text{sec } 2\pi \cdot 4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 38 \cdot 10^{-3}$ Protonen der Höhenstrahlung die Einheitskugel treffen. Diese halten sich in ihrem Innern im Mittel $4/3 \cdot 1/(3 \cdot 10^{10}) \text{ sec}$ auf. Sehen wir vom Beitrag der schwereren Kerne ab und schreiben jedem Proton eine mittlere Energie von $10 Mc^2$ zu, so erhalten wir eine mittlere Energiedichte der Ultrastrahlung von:

$$\eta_u \approx 5 \cdot 10^{-9} \frac{Mc^2}{\text{cm}^3} \quad (M \text{ Protonenmasse}). \quad (9)$$

Dies ist ein erstaunlich hoher Wert, wenn man ihn etwa mit der mittleren Energiedichte des Weltalls vergleicht. Bei einer Massendichte von $1,4 \cdot 10^{-28} \text{ g/cm}^3$ [27], ergibt sich als mittlere Ruhenergiedichte der Weltmaterie

$$\eta_w = 1,4 \cdot 10^{-28} \cdot c^2 \cdot \text{erg/cm}^3 \approx 10^{-4} \frac{Mc^2}{\text{cm}^3}. \quad (10)$$

Erfüllte demnach die Ultrastrahlung das ganze Weltall gleichmäßig mit der angegebenen Dichte η_u , so würde sie immerhin $1/20000$ der gesamten Ruhenergie der Weltmaterie in sich aufgespeichert haben. Hier ist natürlich wieder der schon oben erwähnte Entropieeinwand zu erheben.

RICHTMEYER und TELLER versuchen diese Schwierigkeiten dadurch zu umgehen, daß sie die Existenz von Ultrastrahlung auf die nähere Umgebung der Sonne beschränken möchten. Die energiereichen Korpuskeln sollen dabei durch geeignete Magnetfelder im planetarischen und außerplanetarischen Raum bis zu 0,1 parsec Entfernung hin festgehalten werden. Diese Ideen wurden in zwei Arbeiten von ALFVÉN [26] aufgegriffen und in einer mehr quantitativen Form durchgeführt.

Als Beschleunigungsquelle für die Ultrastrahlung sieht ALFVÉN die elektrischen Ringfelder an, die bei zeitlichen Schwankungen des magnetischen Dipolmoments der Sonne entstehen. Es ergeben sich dabei für die Maximalenergien Werte von der Größenordnung $5 \cdot 10^{13} \text{ eV}$. Diese sind auch bei Berücksichtigung des Auftretens hochgeladener Ionen um mindestens zwei Zehnerpotenzen niedriger als den experimentellen Erfahrungen entspricht. Den direkten Beschleunigungsmechanismus von Ultrastrahlen auf der Sonne zieht ALFVÉN überhaupt nicht weiter in Betracht.

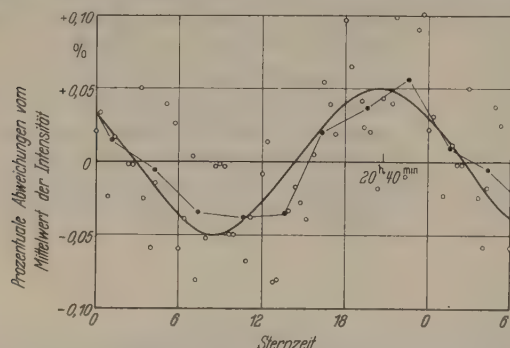


Abb. 6. Der Sternzeitgang der Ultrastrahlung. \circ Meßwerte von HESS und STEINMAURER, \bullet Dreistundenmittelwerte. Ausgezogene glatte Kurve; Berechnet von COMPTON und GETTING unter der Annahme der Rotation der Milchstraße.

soll. Für die Beantwortung dieser Frage ist bisher noch keine allgemein befriedigende Antwort gegeben worden.

e) *Sternzeitgang.* Die Ultrastrahlung zeigt einen kleinen Intensitätsgang nach Sternzeit mit einer Periode von Tageslänge. Soweit dieser schwache Effekt von verschiedenen Forschern gefunden wurde, (s. Abb. 6), stimmen diese darin überein, daß er zwischen 21 und 22 Uhr abends ein Maximum mit einer Amplitude von etwa $0,7\%$ relativer Intensitätsänderung besitzt. Die Realität dieses Effektes ist häufig angezweifelt worden [24]. Es ist aber zu beachten, daß es in Anbetracht seiner Kleinheit immer schwierig sein wird, ihn wirklich zuverlässig zu beobachten, so daß ein Nichtauffinden bei irgend welchen Registrierungen nicht unbedingt gegen seine Existenz spricht. Seine endgültige Sicherstellung besonders für die energiereicheren Anteile der Ultrastrahlung gehört mit zu den wichtigsten Aufgaben langfristiger Höhenstrahlungsbeobachtungen.

5. Die bisherigen Lösungsversuche zum Intensitätsproblem.

Zur Erklärung der im vorangehenden Abschnitt aufgeführten Erfahrungstatsachen sind nun im wesentlich drei verschiedene Typen von Theorien aufgestellt worden, die wir etwas schematisiert als

- a) planetarische,
- b) galaktische,
- c) kosmologische

Theorie bezeichnen möchten. Jede von ihnen kann eine Reihe von Beobachtungstatsachen erklären,

Für die Entstehung der Magnetfelder, die die Ultrastrahlen in der weiteren Umgebung der Sonne festhalten, lassen sich im wesentlichen zwei Gesichtspunkte angeben, von denen der eine auch für die FERMI'sche Theorie von Bedeutung ist.

Bei den turbulenten Bewegungen des elektrisch sehr gut leitenden interplanetarischen Plasmas wird durch infolge magneto-hydrodynamischer Wechselwirkungen¹ ein Gleichgewichtszustand eingeplant, bei dem die magnetische Feldenergiedichte etwa gleich der kinetischen Energiedichte der bewegten Materie ist:

$$\frac{H^2}{8\pi} = \frac{1}{2} \rho u^2. \quad (11)$$

Man hat also mit der Existenz der durch Gl. (11) bestimmten Magnetfelder zu rechnen. Wenn man nun für ρ die bekannte Dichte der interstellaren Materie $\rho = 10^{-24} \text{ g/cm}^3$ und für u die aus dem DOPPLER-Effekt der interstellaren Kalziumlinien erschlossene Bewegungsgeschwindigkeit einsetzt ($u = 10^6 \text{ cm/sec}$ *) erhält man:

$$H \sim 10^{-5} \text{ Gß.}$$

Felder derselben Größenordnung können auch von Plasmaströmen, die sich etwa bei irgendwelchen Eruptionen von der Sonne fortbewegen, im Dipolfeld eingefroren² und — an der strömenden Materie haftend — in den Raum hinausgestoßen werden.

Diese Magnetfelder, vgl. Abb. 7, wären in der Tat geeignet, die Ultrastrahlung in der Sonnenumgebung festzuhalten und diese gewissermaßen laufend zu akkumulieren. Man kann leicht abschätzen, daß selbst für die energiereichsten Teilchen von etwa 10^{16} eV und Ladungen bis zu $Z=30$ die Bahnkrümmungsradien immer noch kleiner sind als 0,1 parsec. Es ist nur nicht einzusehen, weshalb diese Felder dann nicht auch über das angegebene Raumgebiet hinausreichen und sich über den ganzen interstellaren Raum ausbreiten, in dem praktisch überall etwa die gleiche Dichte herrscht. Außerdem gibt es ja seit der Entdeckung der Polarisationsseffekte am Sternlicht, das interstellare Wolken durchsetzt hat, gewichtige Gründe für diese Annahme [29].

Es ist auch schwer zu entscheiden, ob der von ALFVÉN vorgeschlagene Beschleunigungsmechanismus wirksam werden kann. Erstens sprechen die oben erwähnten Messungen von THIESSEN zumindest für das zeitweise Verschwinden des magnetischen Sonnendipolfeldes. Außerdem aber ist durch die bei ALFVÉN durchgeführten Rechnungen noch nicht gezeigt, daß bei Schwankungen dieses an sich schon problematischen Feldes die Teilchen im Laufe der Zeit Energie wirklich gewinnen können. Bahnrechnungen von Teilchen für irgendwelche Modellvorgänge wurden bisher nicht durchgeführt. Erst diese aber könnten im vorliegenden Falle von der Wirksamkeit des vorgeschlagenen Mechanismus überzeugen.

¹ Man vgl. hierzu die neueren Arbeiten von BIERMANN und SCHLÜTER [28] die das Problem der Entstehung von interstellaren Magnetfeldern eingehend behandeln.

* Nach Angaben von A. SCHLÜTER, Physikertagung Münster, 14. bis 16. April 1950 ist dieser Wert um etwa einen Faktor 6 zu groß.

Auf weitere Schwierigkeiten der TELLER-ALFVÉN'schen Theorie wollen wir bei einer am Schluß durchzuführenden Diskussion der drei verschiedenen Theorien zu sprechen kommen.

b) Die galaktische Theorie von FERMI.

Von FERMI [30] wurde nun neuerdings eine Theorie vorgeschlagen, die eine Reihe von Schwierigkeiten der TELLER-ALFVÉN'schen Theorie vermeidet und die darüber hinaus noch ganz von selbst zu einem Beschleunigungsmechanismus für Protonen führt.

Auch diese Theorie benutzt ganz wesentlich zu ihrer Durchführung die Existenz von interstellaren Magnetfeldern der Größenordnung 10^{-5} bis 10^{-6} Gß , deren Auftreten aber nun im Gegensatz zur eben besprochenen Theorie für den Gesamtbereich der Galaxis gefordert wird. Man hat sich vorzustellen, daß sich die interstellare Materie ($\rho = 10^{-24} \text{ g/cm}^3$) in einer ständig turbulenten Bewegung befindet und daß es nach Gl. (11) dann zur Ausbildung von wolkenartigen

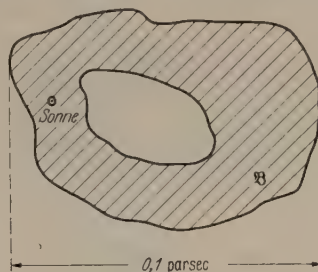


Abb. 7. Allgemeine Form des von ALFVÉN angenommenen toroidförmigen Feldbereichs, in dem sich die Sonne befinden und das zugleich die Ultrastrahlung gefangen halten soll.

Magnetfeldbereichen kommt, die statistisch die ganze Milchstraße erfüllen.

Nach den Angaben von FERMI [30] haben diese Magnetwolken Abstände der Größenordnung 1 Lichtjahr und bewegen sich mit den schon oben besprochenen Geschwindigkeiten von etwa 30 km/sec wie die Moleküle eines riesenhaften Gases statistisch durch den Raum.

Es läßt sich nun zeigen, daß Protonen oder auch schwerere Ionen bei Bewegungen in einem solchen „Magnetwolkengas“ durch „Stöße“ auf die „Partikeln“ dieses „Gases“ im Mittel Energie gewinnen müssen, wenn sie selbst schon Geschwindigkeiten der Größenordnung c besitzen. Das letztere ist notwendig, damit die Teilchen nicht durch Ionisationsverluste an der interstellaren Materie im Mittel mehr Energie verlieren als sie durch die obigen Stöße aufnehmen. Für jede Teilchensorte gibt es eine definierte Mindestenergie, die sog. „Injektionsenergie“, die diese besitzen muß, damit der Beschleunigungsmechanismus effektiv einsetzen kann.

Es leuchtet ein, daß ein Proton z. B. beim „Stoß“ auf eine Magnetwolke abgelenkt wird. Dabei ändert sich im allgemeinen seine Energie und die Richtung seiner Geschwindigkeit. Da nun die Energie einer Magnetwolke immer beliebig groß gegen die des stoßenden Protons ist, andererseits der „Stoß“ doch so abläuft, wie es den thermodynamischen Prinzipien entspricht, so muß das Proton aus Gründen des Äquipartitionstheorems laufend Energie aufnehmen.

Um die Größe dieses Energiegewinns je Zeiteinheit auch abzuschätzen, wollen wir einen sehr vereinfachten

Modellvorgang betrachten, der alles Wesentliche zu übersehen gestattet. Es werde angenommen, daß der „Stoß“ des Protons auf die Wolke zu einer elastischen Reflexion führt, bei der die Richtung des Teilchens sich genau umkehrt. Stöße dieser Art werden praktisch mit gleicher Wahrscheinlichkeit für die beiden Fälle auftreten, bei denen sich, vom Beobachter aus beurteilt, die Wolke selbst in Richtung oder gegen die Richtung des Protons bewegt (Abb. 8). Man erhält dann:

1. u (Wolkengeschwindigkeit) und v (Bewegungsgeschwindigkeit des Protons) entgegengesetzt:

$$v_1 = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}; \quad E_1 = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}. \quad (12)$$

2. u und v haben gleiche Richtung.

$$v_2 = \frac{v-u}{1-\frac{uv}{c^2}}; \quad E_2 = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}. \quad (13)$$

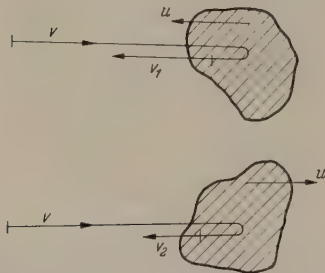


Abb. 8. Stoß gegen entgegenkommende und sich fortbewegende Magnetwolke.

Im Mittel über zwei solche Stöße gewinnt das Proton also die Energie ΔE :

$$\left(E = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) \\ \Delta E = E_1 + E_2 - 2E \cong \left(\frac{u}{c} \right)^2 E. \quad (14)$$

Die so abgeleitete Formel stimmt mit der von FERMI unter allgemeineren Annahmen gewonnenen überein. Sie besagt, daß das Proton im Mittel je „Stoßpaar“ eine Energie aufnimmt, die zu seiner schon vorhandenen Energie proportional ist. Da aber $(u/c)^2 \sim 10^{-8}$ ist und ein relativ langsames Proton eine Gesamtenergie von etwa 10^9 eV besitzt, so steigt die Energie anfangs also um 10 eV je „Stoßpaar“. Später geht das allerdings rascher. Die Energie wächst wegen (14) exponentiell mit der Zeit. Nach n Doppelstößen besitzt sie den Betrag

$$E_n = E_0 \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right)^n \rightarrow E_0 e^{\frac{t}{\tau} \frac{u^2}{c^2}}. \quad (15)$$

Hierbei ist t die verflossene Zeit und τ die mittlere Stoßzeit.

Dieser Energiespeicherungsprozeß wird solange weiterlaufen, bis das Proton ein anderes Proton oder einen Kern trifft und dabei durch Mesonenerzeugung seine Energie im wesentlichen verliert. Es wird aber im allgemeinen selbst oder der Stoßpartner eine Energie oberhalb der Injektionsgrenze behalten.

Das ist jedenfalls nach den Erfahrungen über die Auslösung von Kernzertrümmungen in photographischen Platten zu erwarten.

Bei dem bekannten Wirkungsquerschnitt für diese Prozesse ($\sigma \approx 0,02 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$) und der interstellaren Teilchendichte berechnet sich die mittlere Speichungszeit T zu $T = 5 \cdot 10^7$ Jahren. In dieser Zeit hat das Proton nach (15) seine Energie etwa verdoppelt ($\frac{T}{\tau} \cdot \frac{u^2}{c^2} \approx \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 10^{-8}}{1} = \frac{1}{2}$).

Die konsequente Weiterführung dieser Ideen erlaubt sogar eine Aussage über das zu erwartende Energiespektrum der Teilchen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Proton seinen Energiesammelprozeß bis zur Zeit t fortsetzen kann, ist ja offenbar gegeben durch:

$$dw = e^{-\frac{t}{T}} \frac{dt}{T}. \quad (16)$$

Unter Benutzung von (15) läßt sich diese Gleichung in eine Verteilungsfunktion der auftretenden Energien umrechnen. Man erhält für die Anzahl der Protonen im Energieintervall von E bis $E + dE$:

$$w(E) dE = A \frac{dE}{E^{1+\frac{\tau c^2}{T u^2}}}. \quad (17)$$

A ist dabei eine Konstante, die für das folgende unwesentlich ist.

Man erkennt, daß sich mit den angegebenen Zahlenwerten für die Konstanten, T und u^2/c^2 gerade ein Spektrum der Form dE/E^3 einstellt, wie es nach (5) etwa gefordert wird. Freilich hängt die Größe des Exponenten in (7) sehr wesentlich von den richtigen Zahlenwerten dieser Konstanten ab. Nach den Angaben von SCHLÜTER (l. c.), der ja sowohl für die „Stoßzeit“ einen 100mal, als auch für $(c/u)^2$, einen 36mal größeren Wert fordert, würde sich der experimentell beobachtete Exponent nicht erklären lassen. FERMI hatte umgekehrt den empirisch gefundenen Exponenten dazu benutzt, um das bis dahin unbekannte τ zu berechnen.

Eine Schwierigkeit für die FERMIsche Theorie bildet der Umstand, daß die Injektionsenergie für höher geladene schwere Partikeln, die als Primäre gerade mit relativ großer Häufigkeit vorkommen, bei Energien zwischen 10^9 und 10^{10} eV liegt. Man braucht also für die Einleitung des FERMI-Mechanismus bereits Energien aus dem Ultrastrahlungsbereich. Es liegt hier natürlich nahe, an die Ultrastrahlungsemission von der Sonne und von den Sternen zu denken.

FERMI-Mechanismus und „Urknall“.

Obwohl aus den oben erwähnten Gründen bezüglich der richtigen Zahlenwerte für τ und u Einwände gegen die FERMIsche Theorie zu erheben sind, möchten wir doch einige Folgerungen aus dieser ziehen, die auch bei Verwendung der SCHLÜTERSchen Zahlenwerte richtig bleiben.

Man kann ja den Prozeß der Energiespeicherung und das Aufsammeln der Protonen im intergalaktischen Raum als ein Diffusionsproblem ansehen. Die entsprechende Diffusionsgleichung hat die Gestalt [31],

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\lambda c}{3} \Delta n + \frac{\eta}{T} n + \varepsilon \rho. \quad (18)$$

Hierbei bedeutet: n die Anzahl der Protonen/cm³, λ die freie Weglänge für „Magnetwolkenstöße“ $\lambda = c\tau$, T die Stoßzeit zwischen zwei Proton-Proton- bzw. Proton-Kern-Stößen, η ist der Bruchteil dieser Stöße, bei dem nach dem Stoßprozeß zwei Protonen oder sonstige schwere Kernbruchstücke oberhalb der Injektionsenergie übrigbleiben und ε ist die je g und sec emittierte Zahl von Teilchen oberhalb der Injektionsenergie von Sternen oder sonstigen Ultrastrahlungsquellen.

α) *Stationärer Fall.* Die Lösungen dieser Diffusionsgleichung lassen nun zwei wichtige Folgerungen zu. Wir betrachten die Galaxis als eine homogen mit Materie erfüllte Kugel vom Radius R_M , dann erhält man für n die stationäre Lösung, die die Dichteverteilung als Funktion des Abstandes r vom Zentrum beschreibt.

$$\eta = \frac{\varepsilon Q}{2\lambda c} (R_M^2 - r^2) + \frac{2\varepsilon Q R_M}{3c(1-\beta)}. \quad (19)$$

Die Größe β stellt die „Albedo“ für Ultrastrahlen dar, die an den Rand der Galaxis kommen. Eine solche „Albedo“ kommt physikalisch dadurch zustande, daß die geladenen Teilchen im Grenzbereich von den Magnetfeldern weitgehend festgehalten werden. Der letzte Summand der rechten Seite von (19) ist praktisch immer sehr klein gegen den ersten, selbst wenn $\beta = 0,99$ ist. Vergleicht man nun den Teilchenstrom auf eine Einheitsfläche im Zentrum nach (19):

$$i_1 = \frac{\varepsilon Q R_M^2}{4\lambda} \quad (20)$$

mit dem allein von den Quellen herrührenden Primärstrom:

$$i_0 = \frac{\varepsilon Q R_M}{2}, \quad (21)$$

so sieht man, daß durch den FERMISchen Diffusionsmechanismus ein Vermehrungsfaktor V_M der Teilchenanzahlen bewirkt wird:

$$V_M = \frac{i_1}{i_0} = \frac{R_M}{2\lambda}. \quad (22)$$

Zahlenmäßig ergibt sich bei Benützung der FERMISchen Werte für $R_M = 3000$ parsec, $2\lambda = 0,6$ parsec, $V_M = 5000$. Die Intensität der Höhenstrahlen wird durch den Diffusionsmechanismus also um einen Faktor 5000 künstlich erhöht.

β) *Zeitabhängiger Fall.* Setzen wir aber $\varepsilon = 0$ und $\eta \neq 0$ (z. B. $\eta = 10^{-3}$), dann besitzt Gl. (18) Lösungen mit zeitlich exponentiell answellender Teilchendichte, wenn das mit Magnetwolken angefüllte Raumgebiet groß genug ist. Im Falle der Milchstraße kommt dieser Lösungstyp zwar nicht zur Auswirkung. Denken wir uns aber das Expansionsphänomen der Welt in frühere Entwicklungsstadien zurückverfolgt, so wird es einen Zeitpunkt geben, bei dem die rückläufigen Nebelsysteme schließlich mit dem Sternsystem der Milchstraße zusammenwachsen. Die Rechnungen zeigen, daß in diesem Falle fast unausweichlich exponentiell anklingende Lösungen von (18) zu einem explosionsartigen Phänomen führen, das im Rahmen der verfügbaren Energien größere Teile der Weltmaterie erfaßt und in den Raum hinausstößt. Es erhebt sich hier die Frage, ob man nicht ein Phäno-

men dieser Art mit dem „Urknall“ in Verbindung bringen soll, der am Beginn des Expansionsphänomens der Welt steht und dieses auslöst.

Wir wollen die Möglichkeit der explosionsartigen Lösungen von (18) kurz andeuten. Wenn man für n ansetzt:

$$n = n_0 e^{\gamma t} = A \frac{\sin ar}{ar} e^{\gamma t}, \quad (20)$$

dann läßt sich für γ die Bedingung ableiten:

$$\gamma = -\frac{\lambda c}{3} a^2 + \frac{\eta}{T}, \quad (21)$$

während andererseits die Randbedingung zu erfüllen ist:

$$a R_w = \frac{\pi}{2}. \quad (22)$$

R_w sei dabei der Radius der auf Milchstraßendichte komprimierten Gesamtwelt. Es folgt also:

$$\gamma = \frac{\eta}{T} - \frac{\lambda c}{3} \frac{\pi^2}{4 R_w^2} = \frac{\eta}{T} \left(1 - \frac{R_k^2}{R_w^2} \right). \quad (23)$$

Setzt man hier die schon mehrfach benutzten Zahlenwerte für die verschiedenen Konstanten ein, für R_w aber zunächst den Radius der Milchstraße, so ergibt sich:

$$\frac{R_k^2}{R_M^2} \sim 100. \quad (24)$$

In diesem Falle klingt jede einmal vorhandene Intensität sehr rasch wieder ab. Würde man hingegen, die gesamte Weltmaterie auf Milchstraßendichte zusammenziehen, so hätte man für R_w einen um den Faktor 10^4 größeren Radius einzusetzen $R_w = 10^4 R_M$. Dann aber wird

$$\frac{R_k^2}{R_w^2} \sim 10^{-6}. \quad (25)$$

Damit aber nimmt die Größe γ nach (23) ein positives Vorzeichen an. Der in diesem Fall einsetzende „explosionsartige“ Vorgang vollzieht sich natürlich immer noch mit einer charakteristischen Entwicklungszeit, die nach Tausenden von Jahren zu bemessen ist. Sie ist aber jedenfalls sehr klein gegen das Weltalter und kann in erster Näherung dagegen vernachlässigt werden, so daß der Ablauf des Vorgangs als „Urknall“ angesprochen werden könnte. Als Energielieferanten müssen wir ebenso wie in allen anderen Theorien für dieses Phänomen letzten Endes die kernphysikalischen Bindungsprozesse der Nukleonen ansehen. Nur besteht in diesem Falle die Möglichkeit, daß man auf dem Umweg über die magneto-hydrodynamischen Turbulenzvorgänge und die nach FERMI damit möglichen Beschleunigungen nicht mehr dem Grenzgeschwindigkeitseinwand¹ ausgesetzt ist, der sich bei einer mehr direkten Ausnutzung der Kernprozesse einstellt.

c) Die kosmologische Theorie.

Es ist auch der Versuch unternommen worden, das Intensitätsproblem der Ultrastrahlung in einer von den beiden vorstehenden völlig verschiedenen Weise

¹ Vgl. dazu HECKMANN [32]. Die Maximalgeschwindigkeit der weit entfernten Nebel sollte danach bei 42000 km/sec liegen.

auf kosmologischem Wege zu lösen [33], bei dem von der möglichen Existenz interstellarer Magnetfelder abgesehen wird.

Ausgangspunkt dieser Betrachtungen ist die Feststellung, daß die Sonne in der Lage ist, Ultrastrahlungsprotonen auf Energien bis zu 10^{10} eV zu beschleunigen. Man weiß außerdem, daß in der Sonnenkorona hochgeladene Ionen z. B. Fe XIV, Ni XVI vorkommen, die selbstverständlich ebenso wie die Protonen denselben Beschleunigungsprozessen ausgesetzt sind und die jedenfalls die beobachtete Primärkomponenten schwerer Teilchen bei Sonneneruptionen verstehen läßt.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß ähnliche Vorgänge sich auch in den Atmosphären anderer Sterne abspielen. Man kennt Beispiele, bei denen magnetische Vorgänge von so gewaltigen Ausmaßen beobachtet werden, daß es gar keine Schwierigkeit ist, auch die Entstehung der energiereichsten Teile der Ultrastrahlung auf diesem Wege zu erklären.

Unter plausiblen Annahmen über den z. B. von BABCOCK [34] entdeckten Stern HD 125 248, dessen Magnetfeld mit einer Periode von etwa 9,3 Std und einer Amplitude von ungefähr 7000 Gß schwankt, kann man sich leicht an Hand von Formel (2) überlegen, daß Protonen Energien bis zu 10^{15} eV gewinnen können. Ein zusätzlicher Beschleunigungsmechanismus im Sinne des FERMISCHEN ist insofern gewissermaßen entbehrlich.

Man wird nun fragen, ob es nicht möglich ist, die Gesamtintensität der kosmischen Strahlung zu verstehen, wenn man die zusammengefaßte Wirkung aller Sterne berechnet. Hier tritt aber die Schwierigkeit auf, daß dann diese Intensität, soweit sie von den Sternen der Milchstraße und der übrigen Welt kommt, einerseits um einen Faktor der Größenordnung 10^{-10} bis 10^{-12} kleiner sein sollte als der Beitrag der Sonne (entnommen aus dem Verhältnis der Lichtintensitäten bei Tag und bei Nacht), andererseits aber auch um einen Faktor unbekannter Größe verstärkt erscheinen müßte, da anzunehmen ist, daß die mittlere spezifische Ultrastrahlungsproduktion durch die Sterne natürlich größer sein wird als die der Sonne. Es ist ja schwer zu glauben, daß die Sonne etwa ein besonders guter Höhenstrahlungsproduzent ist. Aus einem Vergleich mit ähnlichen Intensitätsdiskrepanzen bei der kurzwelligen Radiofrequenzstrahlung muß man nach UNSÖLD [35] eher darauf schließen, daß die Sonne besonders wenig Ultrastrahlung erzeugt.

Nun wird man zwar annehmen dürfen, daß die mittlere Ultrastrahlungsproduktion der Sterne um einige Zehnerpotenzen höher liegen dürfte. Himmelskörper, bei denen die Endenergien der emittierten Teilchen um etwa 6 Zehnerpotenzen größer sind als bei der Sonne, werden insgesamt sicher auch mehr Teilchen emittieren und es könnte sehr wohl sein, daß die abgegebene Strahlungsintensität stärker als proportional zur erreichten Endenergie anwächst. Man wird aber aus Gründen des II. Hauptsatzes nicht annehmen dürfen, daß damit der oben erwähnte Faktor 10^{-10} voll überbrückt werden kann.

Man könnte hier noch an folgenden Ausweg denken: Bekanntlich müßte der Himmel auch bei Nacht so hell erstrahlen als bei Tage, wenn das Licht der weit entfernten Sterne nicht durch interstellare Absorption und Rotverschiebung schließlich so stark

geschwächt würde, daß es aus dem optischen Sichtbereich verschwindet. Wir empfangen es gewissermaßen also nur aus einem begrenzten Teil der Welt.

Für die sehr energiereichen Korpuskeln der Ultrastrahlung existiert dieser Schwächungseffekt nicht in gleichem Maße. Die der DOPPLERSCHEN Rotverschiebung entsprechende Energieverminderung bei Ultrastrahlungskorpuskeln von Sternen sehr großer Radialgeschwindigkeiten ist belanglos, solange sich diese Himmelskörper nicht selbst mit nahezu Lichtgeschwindigkeit von uns fortbewegen.

Wir sammeln also aus einem sehr viel größeren Raumgebiet Ultrastrahlung als Licht.

Man kann die Größe dieses Effektes sehr einfach abschätzen. Sei etwa wieder ε die spezifische Ultrastrahlungsproduktion der Weltmaterie je g und sec, so ist die Zahl der Teilchen, die je cm^2 und sec die Einheitsfläche auf der Erde treffen, gegeben durch:

$$I_w = \frac{1}{2} \varepsilon \varrho R_0. \quad (26)$$

Für R_0 hat man den Radius der Welt einzusetzen. Wir berechnen jetzt, um welchen Faktor die Ultrastrahlungsproduktion aus den außergalaktischen Bereichen größer ist, als die der Milchstraße. Dazu ermitteln wir auch den Intensitätsbeitrag der Galaxis:

$$I_M = \frac{1}{2} \varepsilon \varrho_M R_M, \quad (27)$$

und bilden das Verhältnis:

$$\frac{I_w}{I_M} = \frac{\varrho R_0}{\varrho_M R_M} = \frac{1,4 \cdot 10^{-28} \cdot 6 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-24} \cdot 3000} = 4. \quad (28)$$

Man ersieht daraus, daß wir zwar aus den außergalaktischen Bereichen eine um den Faktor 4 höhere Ultrastrahlungsintensität erhalten als von der Milchstraße selbst. Dieser Faktor reicht aber nicht aus, um uns bei der Überwindung der schon mehrfach erwähnten Intensitätsschwierigkeit (Faktor 10^{-10}) entscheidend zu helfen. Man müßte schon zu Weltmodellen ganz anderer Art übergehen, bei denen der durch die allgemeine Relativitätstheorie geforderte und auch durch das Expansionsphänomen der Welt nahegelegte endliche Weltradius nicht die Bedeutung einer echten „Weltgrenze“, sondern nur die einer geeigneten physikalischen Maßstabsgröße hat, an der sich das Weltgeschehen im großen gesehen mißt. Dann freilich ließen sich leicht an Stelle des Faktors 4 größere Faktoren ableiten, die einige Zehnerpotenzen höher liegen, die aber auch endliche Werte besitzen! Zu einem solchen Schritt wird man sich wohl erst entschließen können, wenn andere unabhängige Gesichtspunkte auch auf die Notwendigkeit der Diskussion solcher Modelle hinweisen.

Das Ergebnis (28) ist jedoch in folgender Hinsicht dennoch sehr wichtig. Es ließe nämlich in einfachster Weise den Sternzeitgang der kosmischen Strahlung verstehen. Wie schon COMPTON und GETTING [36] gezeigt haben, ist als Folge der Rotation der Milchstraße, an der ja die Sonne mit einer Geschwindigkeit von etwa $w = 285$ km/sec teilnimmt, durch relativistische Raumwinkeleffekte ein Sternzeitgang mit einer Amplitude von

$$\frac{\Delta I}{I} \sim \frac{w}{c} \quad (29)$$

zu erwarten, dessen Intensitätsmaximum um 21 Uhr Sternzeit auftreten sollte. Dabei ist angenommen, daß

wir die Ultrastrahlung im wesentlichen von außer-galaktischen Bereichen der Welt beziehen. Für die Deutung des Effektes reicht natürlich ein Intensitäts-übergewicht von 4:1 völlig aus, wie es sich nach (28) ergibt. Man kann auf diese Weise den beobachteten Sternzeitgang sowohl seiner Amplitude als auch seiner Phasenlage nach fast quantitativ deuten.

6. Vergleich der verschiedenen Theorien.

Bevor wir auf einen Vergleich der drei verschiedenen Theorien eingehen, möchten wir noch kurz auf einen Gesichtspunkt hinweisen, der alle drei in gleicher Weise betrifft. Zu den im Abschnitt 4 aufgezählten Erfahrungstatsachen, die einer Erklärung bedürfen, gehört auch, daß die Primärkomponente nur aus positiv geladenen schweren Teilchen besteht. Es fragt sich, warum Elektronen nicht ebenso von den Beschleunigungsmechanismen erfaßt werden wie schwere Teilchen. Hierzu ist zu bemerken, daß erstens die Elektronen immer dort, wo die Beschleunigungen im Bereiche magnetischer Felder stattfinden, wegen ihrer kleineren Masse bei gleichen Energien und solange $v \ll c$, eine geringere Strahlsteifigkeit besitzen als Protonen. Ihre Bahnen sind darum fester mit den magnetischen Kraftlinien verknüpft als die der positiven Teilchen. Sie können sich nicht ebenso wie diese von den Kraftlinien lösen und dies muß zu einem Übergewicht positiv geladener schwerer Teilchen führen.

Es kommt aber noch hinzu, daß Elektronen nach PRIMAKOFF und FEENBERG [37] durch eine Art von inversem COMPTON-Effekt bei Stößen auf die Lichtquanten im galaktischen Raum nach Laufzeiten von etwa 100 Jahren ihre Energie verlieren. Selbst wenn sie also primär als Teilchen hoher Energie mit auftreten würden, müßten sie durch diesen Prozeß in relativ kurzer Zeit aus der Ultrastrahlung eliminiert werden.

Das Vorhandensein der positiven Ladungsträger scheint damit befriedigend geklärt.

Betrachten wir nun zusammenfassend die drei verschiedenen Deutungsversuche zum Intensitätsproblem, die in den Abschnitten 5a, b, c besprochen wurden, so sehen wir, daß keiner für sich genommen alle auftretenden Fragen befriedigend löst.

Die planetarische Theorie von TELLER und ALFVÉN könnte zwar den Entropieeinwand entkräften, sie erklärt aber z. B. nicht das Auftreten der energiereichsten Korpuskeln bis zu 10^{16} eV. Sie kann — ebenso wie übrigens die FERMISCHE Theorie — zwar praktisch vollkommen die Isotropie der Ultrastrahlung im planetarischen Raum als eine Folge des Diffusions-effektes in den turbulenten Magnetwolken begreiflich erscheinen lassen, muß aber andererseits die Existenz des doch sehr wahrscheinlich realen Sternzeitgangs bestreiten.

Die FERMISCHE Theorie hingegen könnte immerhin einen gewissen Sternzeitgang wegen der durch die Abplattung der Milchstraße erzeugten Anisotropie des Diffusionsmediums erwarten lassen. Es wäre dann aber mehr oder weniger ein Zufall, daß der beobachtete Effekt gerade um 21 Uhr auftritt und so außerordentlich schwach ist.

Die galaktische Theorie von FERMI gibt uns außerdem nach einem einfachen und einheitlichen Schema die Möglichkeit, die Beschleunigung von Protonen

und das Zustandekommen eines Potenzgesetzes der Primärstrahlung abzuleiten und zu begründen. Sie kann aber nicht das Auftreten schwerer Kerne als Primäre erklären und obendrein hängt die Form des Potenzgesetzes der Primärstrahlung an den sehr speziellen Annahmen FERMIS über die Dichte der Magnetwolken, deren Richtigkeit von anderer Seite bestritten wird. Wenn diese magnetisierten Bereiche nicht Abstände von etwa einem, sondern 100 Lichtjahren haben und ihre Bewegungsgeschwindigkeiten nicht 30, sondern nur 5 km/sec betragen, dann bricht das FERMISCHE Gedankengebäude fast völlig zusammen. Es bleibt nur noch ein Intensitäts-Anreicherungs-effekt der Größenordnung 100. Das Zustandekommen des „Urknalls“ ließe sich dann zwar (trotzdem noch verstehen, aber für die Beschleunigung der Teilchen im Hinblick auf die gegenwärtige Ultrastrahlung müßten andere Prozesse herangezogen werden.

Die kosmologische Betrachtungsweise hingegen hat den Vorteil, daß sie von den stellaren Ultrastrahlungsquellen ausgeht, daß sie sich also in diesem Punkt einfach auf Beobachtungstatsachen stützt. Das Auftreten sehr energiereicher Korpuskeln bildet dabei auch keine Schwierigkeit. Sie kann außerdem den Sternzeitgang in befriedigender Weise deuten. Das Zustandekommen der hohen Ultrastrahlungsintensität am Rande der Erdatmosphäre ist aber ein ungelöstes Rätsel, solange die Theorie mit der Existenz eines endlichen Weltradius von etwa $6 \cdot 10^8$ parsec rechnen muß. Diese Schwierigkeit würde sich allerdings durch die Annahme einer euklidischen Welt oder geeignet gewählten nichteuklidischen Welt mit jedoch unbegrenzter Ausdehnung vollkommen beheben lassen. Das Unangenehme an dieser letzten Feststellung ist nur, daß man damit die eigentliche Lösung des Intensitätsproblems an eine Stelle verschiebt, an der in naher Zukunft die Möglichkeit einer unabhängigen Nachprüfung einer doch beinahe schon „veralteten“ Anschauung vom Aufbau des Kosmos nicht zu erwarten ist.

- Literatur.** [1] REGENER, E.: Phys. Z. **34**, 820, 880 (1933). [2] HESS, V.: Die Ionisierungsbilanz der Atmosphäre. Leipzig 1934. — [3] ZIRKLER, J.: Z. Geophys. **8**, 126 (1943). — Naturwiss. **25**, 713 (1937). — Z. Naturforschg. **4a**, 394 (1949). — [4] FORBUSH, S. E.: Phys. Rev. **70**, 771 (1946). — [5] EHMERT, A.: Z. Naturforschg. **3a**, 264 (1948). — [6] DOLBEAR, D., u. H. ELLIOT: Nature, Lond. **159**, 59 (1947). — [7] CLAY, J., H. F. JONGEN u. A. DIJKER: Kon. Ned. Akad. van Wetensch. Proc. **52**, 8/9 (1949). — [8] SCHEIN, M.: Como Conference Sept. 1949. — [9] LOWELL, A., and C. BANWELL: Nature, Lond. **158**, 517 (1946). — [10] Bezüglich weiterer Einzelheiten vgl. den eingehenden Bericht von A. UNSÖLD, Z. Astrophysik **26**, 176 (1949). — [11] NEHER, H., u. W. ROESCH: Rev. Mod. Phys. **20**, 350 (1948). — [12] EHMERT, A.: Z. Naturforschg. **4a**, 559 (1949). — [13] SALOW, K.: Atmosphäre u. terr. Magnetismus (im Erscheinen). — [14] FORBUSH, S. E., P. S. SEILE u. M. S. VALLARTA: Rev. Mod. Phys. **21**, 44 (1949). — CLAY [7]. — [15] THIESSEN, P.: The Observatory **69**, 228 (1949). — Z. Astrophysik **26**, 130 (1949). — [16] SWANN, W. F. G.: Phys. Rev. **43**, 217 (1933). — [17] BIERMANN, L., u. E. BAGGE: Z. Naturforschg. **4a**, 303 (1949). — [18] Vgl. E. BAGGE, u. L. BIERMANN, Naturwiss. **35**, 120 (1948). — [19] POMERANTZ, M. A.: Phys. Rev. **76**, 165 (1949). — POMERANTZ, M. A., and M. S. VALLARTA: Phys. Rev. **76**, 1889 (1949). — [20] LORD, J., and M. SCHEIN: Phys. Rev. **77**, 19 (1950). — [21] BRADT, H. L., and B. PETERS: Phys. Rev. **77**, 54 (1950). — [22] POMERANTZ, M. A.: Phys. Rev. **76**, 165 (1949). — [23] KOFFE, S. A.: Phys. Rev. **44**, 300 (1933). — [24] Vgl. etwa HOGG, A. R.: Nature, Lond. **162**, 613 (1948); siehe aber auch: DUPERIER, A.: Nature, Lond. **157**, 296 (1946). — RAU, W.: Z. Physik **114**, 264 (1939);

116, 105 (1940). — [25] RICHTMEYER, R. D., and E. TELLER: Phys. Rev. 75, 1729 (1949). — TELLER, E.: Conf. in Birmingham, 14.—18. Sept. 1948. — [26] ALFVÉN, H.: Phys. Rev. 75, 1732 (1949); 77, 375 (1950). — [27] BECKER, W.: Sterne und Sternsysteme, S. 368. Dresden u. Leipzig 1942. — [28] BIERMANN, L., u. A. SCHLÜTER: Z. Naturforschg. 5a, 66 (1950). — [29] HALL, J. S.: Science (Lancaster, Pa.) 109, 166 (1949). — HILTNER, W. A.: Science (Lancaster, Pa.) 109, 165 (1949). — SPIKER, L., and J. TURKEY: Science (Lancaster, Pa.) 109, 461 (1949). — [30] FERMI, E.: Phys. Rev. 75, 1169 (1949). — [31] BAGGE, E.: Z. Physik 128, 239 (1950). — [32] HECKMANN, O.: Theorie der Kosmologie.

Berlin 1942. — [33] BIERMANN, L., u. E. BAGGE: Z. Naturforschg. 4a, 303 (1949). — BAGGE, E.: Ursprung und Eigenschaften der kosmischen Strahlung. In Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Bd. 22. Berlin 1949. — BAGGE, E.: Bericht der Como-Conference Sept. 1949. — [34] BABCOCK, H. W.: Phys. Rev. 74, 489 (1948). — Astrophysic. J. 108, 191 (1949). [35] UNSÖLD, A.: Nature, Lond. 163, 489 (1949). — [36] COMPTON, A. H., and J. A. GETTING: Phys. Rev. 47, 817 (1935). — [37] PRIMAKOFF and E. FEENBERG: Phys. Rev. 73, 449 (1948).

Prof. Dr. E. BAGGE,
Hamburg-Wandsbek, Rodigallee 3.

Buchbesprechungen.

Meyer zur Capellen, W.: Integraltafeln, Sammlung unbestimmter Integrale elementarer Funktionen. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950. 292 S. DMark 36.—.

Physiker, Chemiker und Ingenieure werden das Erscheinen eines handlichen Tafelwerkes für Integrale über elementare Funktionen sehr begrüßen, vor allem dann, wenn eine solche Zusammenstellung auch Integrale enthält, die auf sog. höhere Funktionen (elliptische Integrale, Integralsinus usw.) führen, welche ihrerseits in den bekannten Tabellenwerken (z. B. JAHNKE-EMDE) behandelt sind. Der Benutzer des vorliegenden Werkes findet auch Rekursionsformeln und Substitutionen, die ihn in Stand setzen rasch auch solche Integrale zu berechnen, die hier nicht explizit angeschrieben sind. Der Wunsch, daß der Verf. eine Sammlung bestimmter Integrale folgen lassen möge, erscheint vielleicht unbeschadet, wenn man daran denkt, wieviel Arbeit aufgewendet werden muß um ein Tafelwerk wie das hier besprochene zu gestalten. Wir sind jedenfalls dem Verf. für seine Sammlung unbestimmter Integrale sehr dankbar.

G. U. SCHUBERT.

Vega-Bremiker: Logarithmisch trigonometrisches Handbuch. 97. Aufl. besorgt von A. KOPFF. Berlin-Frankfurt a. M.: Weidmann 1949. 570 S. DMark 15.—.

Die vorliegende Auflage des bekannten Tafelwerkes ist eine photographische Wiedergabe älterer Auflagen. Zur Kontrolle sind die hier angegebenen Werte mit denen der siebenstelligen Tafel von J. PETERS verglichen worden.

G. U. SCHUBERT.

Falkenhagen, Hans: Optik. Stuttgart: S. Hirzel 1949. VIII 188 S. u. 43 Abb. DMark 12.—.

Die „Optik“ ist der zuerst erschienene Band des vom Verf. geplanten „Grundlagen der theoretischen Physik“. Sie entspricht im Umfang etwa dem entsprechenden Bande der „Einführung in die theoretische Physik“ von PLANCK oder auch der „Einführung“ von F. HUND, geht aber im Inhalt wesentlich über beide hinaus.

Die ersten 4 Kapitel behandeln das Verhalten ebener elektromagnetischer Wellen in isotropen Nichtleitern und Leitern und in Kristallen, das 5. Interferenz und Beugung, das 6. Dispersion und Absorption. Es folgen in zwei weiteren Kapiteln die Grundlagen der Elektronentheorie und Elektrodynamik und Optik bewegter Medien. Hier geht der Verf. auch kurz auf die Mechanik der speziellen Relativitätstheorie und auf die allgemeine Relativitätstheorie ein. In einem letzten Kapitel folgt noch die geometrische Optik. Der Gültigkeitsbereich der geometrischen Optik und ihre Beziehungen zur Wellenoptik werden jedoch nicht hier, sondern in dem Band „Statistik und Quantentheorie“ behandelt.

Da die „Elektrodynamik“ noch nicht vorliegt, wird in einem Anhang ein Überblick über die MAXWELLSche Theorie gegeben.

Der Verf. setzt, wie in einführenden Lehrbüchern der theoretischen Physik üblich, die Differential- und Integralrechnung und die gewöhnliche Vektorrechnung voraus.

Die Fülle des Stoffes bedingt eine sehr knappe Darstellungsweise. Trotzdem kann man das Buch als verständlich und geeignet für den Anfänger bezeichnen, wenn man von einigen nicht ganz vollkommen geratenen Stellen absieht. Bei den zahlreichen, schon vorliegenden guten Lehrbüchern der theoretischen Physik ist es kaum zu vermeiden, daß sich der Text des Buches häufig an Vorbilder anschließt. So ähneln die Kapitel über Elektronentheorie und Elektrodynamik weitgehend den entsprechenden Kapiteln des Lehrbuches von R. BECKER, das Kapitel über geometrische Optik der Darstellung im Lehrbuch von G. JOOS.

Ehe man den Wert der „Grundlagen“ von FALKENHAGEN im Vergleich zu den vorhandenen Lehrbüchern der theoretischen Physik genauer abschätzen kann, wird man das Erscheinen der übrigen Bände abwarten müssen.

G. HETTNER.

Koppe, H.: Die Grundlagen der statistischen Mechanik. Leipzig: S. Hirzel 1949. 79 S. DMark 3.50.

Es war die Absicht des Verf. einer kurze Zusammenfassung der formalen Methoden der modernen statistischen Mechanik zu geben. Dieses Ziel hat der Verf. erreicht, so daß das Büchlein neben einer Thermodynamik-Vorlesung mit großem Gewinn gelesen werden kann oder auch zur Vertiefung der aus einführenden Darstellungen der statistischen Mechanik geschöpften Kenntnisse zu dienen vermag. Es soll damit gesagt werden, daß gewisse Vorkenntnisse die Lektüre des Buches sehr erleichtern. Auch ein Anfänger sollte sich ruhig daran wagen. Er möge nur in einem der bewährten Lehrbüchern der theoretischen Physik den Teil Thermodynamik und Statistik daneben studieren. Die einzelnen Abschnitte sind: Quantenmechanische Grundlagen. Allgemeine Statistik und Thermodynamik. Statistische Mechanik der Gase. (Mathematische) Anhänge. Hervorzuheben sind die klare Darlegung der schönen FOWLERSchen Methode, die Behandlung der chemischen Reaktionen, die Ausführungen über den 3. Hauptsatz und die Erläuterung des Begriffes EINSTEIN-Kondensation. Für künftige Auflagen möchte der Ref. eine Anpassung der Bezeichnungsweise an die in den angelsächsischen Ländern übliche empfehlen. So ist KOPPEs „Große Gesamtheit“ kein grand ensemble, wie es neuerdings viel verwendet wird. Es muß aber betont werden, daß das KOPPEsche Buch eine wertvolle Bereicherung des Schrifttums über statistische Mechanik darstellt.

G. U. SCHUBERT.